



Organização
das Nações Unidas
para a Educação,
a Ciência e a Cultura

Os desafios do ensino de matemática na educação básica



The background is a complex collage of mathematical elements. It includes various geometric shapes like triangles, a circle, and a sine wave. There are also numbers scattered throughout, some in a large, faint font and others in a smaller, more integrated font. A large green shape, resembling a stylized 'C' or a drop, is positioned on the left side, partially overlapping the text.

Os desafios do ensino de matemática na educação básica



Organização
das Nações Unidas
para a Educação,
a Ciência e a Cultura

Representação
no Brasil



EdUFSCar

Publicado em 2016 pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, 7, place de Fontenay, 75352 Paris 07 SP, França, pela Representação da UNESCO no Brasil e pela Editora da Universidade Federal de São Carlos (EdUFSCar).

© UNESCO, EdUFSCar 2016



Esta publicação está disponível em acesso livre ao abrigo da licença Atribuição-Partilha 3.0 IGO (CC-BY-SA 3.0 IGO) (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/igo/>). Ao utilizar o conteúdo da presente publicação, os usuários aceitam os termos de uso do Repositório UNESCO de acesso livre (<http://unesco.org/open-access/terms-use-ccbysa-en>).

Título original: *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Publicado em 2011 pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.

As indicações de nomes e a apresentação do material ao longo deste livro não implicam a manifestação de qualquer opinião por parte da UNESCO a respeito da condição jurídica de qualquer país, território, cidade, região ou de suas autoridades, tampouco da delimitação de suas fronteiras ou limites.

As ideias e as opiniões expressas nesta publicação são as dos autores e não refletem obrigatoriamente as da UNESCO nem comprometem a Organização.

Tradução: Yuriko Yamamoto Baldin, Tânia Maria Mendonça de Campos, Jaime Carvalho e Silva, Maria Elisa Esteves Lopes Galvão, José Francisco Rodrigues, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

Coordenação: Setor de Ciências Naturais da Representação da UNESCO no Brasil

Revisão técnica: Ary Mergulhão, Setor de Ciências Naturais da Representação da UNESCO no Brasil

Revisão editorial: Unidade de Comunicação, Informação Pública e Publicações da Representação da UNESCO no Brasil

Projeto gráfico: UNESCO

Os desafios do ensino de matemática na educação básica. – Brasília : UNESCO ; São Carlos: EdUFSCar, 2016.
114 p.

Incl. Bibl.

Título original: *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*
ISBN : 978-85-7600-446-2

1. Ensino de matemática 2. Educação básica 3. Ensino de ciências básicas 4. Qualidade educacional 5. Formação de professores 6. Cooperação educacional 7. Articulação educacional
I. UNESCO II. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

CDD 372.851

Esclarecimento: a UNESCO mantém, no cerne de suas prioridades, a promoção da igualdade de gênero, em todas as suas atividades e ações. Devido à especificidade da língua portuguesa, adotam-se, nesta publicação, os termos no gênero masculino, para facilitar a leitura, considerando as inúmeras menções ao longo do texto. Assim, embora alguns termos sejam escritos no masculino, eles referem-se igualmente ao gênero feminino.

Impresso pela EdUFSCar

Impresso no Brasil

Prefácio

Nosso mundo atual é profundamente marcado pela ciência e pela tecnologia. Preservação do meio ambiente, redução da pobreza, melhora da saúde: cada um desses desafios e outros demandam ainda cientistas capazes de desenvolver soluções eficazes e realistas – assim como cidadãos que tomem parte ativa no debate sobre esses temas.

Nessa perspectiva, a Declaração de Budapeste (1999) destacou a importância do ensino científico para todos. De fato, um ensino de ciências e de matemática pertinente e de qualidade permite desenvolver a reflexão crítica e a criatividade, auxilia os aprendizes a compreender o debate público sobre as políticas e a tomar parte nele, encoraja as mudanças de comportamento apropriadas para se engajar no mundo de uma forma mais perene, e estimula o desenvolvimento socioeconômico. O ensino de ciências e de matemática pode, assim, oferecer uma contribuição decisiva para a realização dos Objetivos do Milênio (ODM) para o desenvolvimento, adotados pelos dirigentes mundiais em 2001.

Consonante a isso, a UNESCO constituiu então um grupo internacional de especialistas em políticas de ensino de ciências e de matemática, que se reuniu pela primeira vez de 30 de março a 1º de abril de 2009. As conclusões de tal grupo, sobre as quais a presente publicação se baseia, refletem um consenso marcante sobre os desafios enfrentados pelo ensino científico e matemático, bem como sobre a maneira de enfrentá-los. Todos os especialistas concordaram em dizer que, na década anterior, ocorreu o desenvolvimento de um vasto corpo de conhecimentos sobre o ensino de ciências e de matemática, bem como a produção de valiosas ferramentas e recursos, que foram então colocados à disposição de um número maior de pessoas, graças aos avanços da tecnologia. Isso oferece uma base sólida para se construir, que abre novas perspectivas para as políticas fundamentadas em dados reais no domínio do ensino científico e matemático.

A presente publicação identifica, portanto, os desafios a serem enfrentados para assegurar um ensino de matemática de qualidade no nível da educação básica, e também propõe, a partir dos estudos de casos, os meios para melhorá-lo. Ela será útil não apenas para os tomadores de decisão que desejam integrar um ensino científico e matemático de qualidade aos seus sistemas educativos, mas também para os diferentes atores que desejam tomar parte nos processos de

mudança. A UNESCO espera que esta publicação contribua para suscitar nas crianças, nos professores e nos pais a energia e o entusiasmo necessários para melhorar o ensino de matemática. De fato, é indispensável o trabalho conjunto no desenvolvimento durável e coordenado de um ensino científico e matemático de qualidade na educação básica, a fim de assegurar para todos um futuro mais viável e mais igualitário.

Qian Tang
Subdiretor geral para Educação

Agradecimentos

Em primeiro lugar, a UNESCO agradece vivamente

Michèle Artigue, pela elaboração e pela redação desta obra.

Do mesmo modo, a UNESCO deseja dirigir seus mais sinceros agradecimentos ao grupo de especialistas, aos autores dos diferentes anexos, assim como a Jill Adler e Mariolina Bartolini Bussi, membros do Comitê Executivo da ICMI, que revisaram uma versão preliminar do texto.

Além disso, a UNESCO exprime seu agradecimento a Bill Barton, presidente da ICMI, e a Bernard Hodgson, secretário-geral da ICMI, por sua preciosa colaboração.

Sumário

1. Introdução	9	7. Organizar as complementaridades entre educação formal e não formal	37
2. Educação matemática e numeramento	13	8. O controle e a regulação dos desenvolvimentos	39
2.1 O desafio do letramento matemático	13	9. O desafio tecnológico	43
2.2 Além do desenvolvimento de um letramento matemático	16	10. As colaborações	47
2.3 Aprendizagem de conteúdos/ desenvolvimento de competências	18	11. O desafio da diversidade	49
2.4 Educação matemática para todos/ educação matemática de qualidade	19	11.1 As questões linguísticas	49
3. O desafio da evolução das práticas de ensino	21	11.2 As questões de gênero	50
4. O desafio da avaliação	25	12. O desafio da pesquisa	53
5. O desafio do professor: condição, formação inicial e continuada	27	Resumo	53
5.1 O desafio quantitativo	27	Referências	57
5.2 O desafio qualitativo	28	Anexos	63
6. A colaboração dos diferentes atores	33	Anexo 1. Relações entre ensino da matemática e ensino científico nos programas alemães SINUS	65
6.1 Um maior compromisso e um melhor reconhecimento dos matemáticos	34	Anexo 2. Quarenta anos de pesquisa sobre o ensino da matemática e a matemática como atividade humana para todos: o Instituto Freudenthal	68
6.2 Uma melhor colaboração entre comunidades	34	Anexo 3. Problemas e desafios do ensino da matemática: o caso das Filipinas	74
		Anexo 4. A formação continuada de professores no Japão: o conceito de <i>lesson study</i>	76

Anexo 5. O aperfeiçoamento profissional dos professores de matemática no Brasil: problemas estruturais, iniciativas e esperanças	79
Anexo 6. Sistematizar os conhecimentos sobre a formação dos professores de matemática: estudo da IEA sobre a formação dos professores de matemática TEDS-M	84
Anexo 7. Pesquisa sobre a formação dos professores de matemática na África do Sul e na África Meridional	87
Anexo 8. Promover a excelência do ensino de matemática: <i>National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics</i> (NCETM)	91
Anexo 9. Por Que Matemática? Uma exposição itinerante internacional	96
Anexo 10. “Objetivos matemáticos”: as Casas de Matemática no Irã	100
Anexo 11. Colaboração entre matemáticos, professores e especialistas em didática: o exemplo da rede dos IREM	103
Anexo 12. A emergência de comunidades de professores: o exemplo do projeto Sesamath	105
Anexo 13. Estimular a interação e a colaboração: <i>Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice</i> , um seminário do <i>Park City Mathematics Institute for Advanced Study</i> (IAS), Einstein Drive, Princeton, Nova Jérsei	108
Anexo 14. A reconstrução de uma comunidade matemática no Camboja	111
Anexo 15. Lista dos participantes da reunião de especialistas	114

I. Introdução



ensino das ciências e o ensino da matemática compartilham muitos valores e têm a enfrentar problemas e desafios em grande parte comuns. Entretanto, as diferenças que existem entre essas duas espécies de ensino justificam, por um lado, a publicação “Current Challenges in Basic Science Education”, e por outro, a presente obra. Em particular, não está em debate a necessidade de um ensino de matemática para todos os alunos desde o início da escolaridade obrigatória, ao contrário do que se passa com o ensino de ciências. Esse ensino não é assegurado de maneira satisfatória, mas está acessível a todos os estudantes normalmente escolarizados.

Se a necessidade de um ensino de matemática na educação básica é um consenso, isso não significa que o próprio ensino não seja objeto de debate.

Se a necessidade de um ensino de matemática na educação básica é um consenso, isso não significa que o próprio ensino não seja objeto de debate. As avaliações, tanto nacionais como internacionais, mostram que, ao final da educação básica, os conhecimentos e as competências matemáticas de muitos estudantes não são aqueles esperados.¹ Além disso, as disparidades observadas entre países, assim como dentro de um mesmo país, são preocupantes. Mesmo entre os estudantes que obtêm resultados satisfatórios nas avaliações, muitos deles não apreciam tanto a matemática e não têm interesse em se dedicar a ela fora do espaço escolar.² Essas constatações mostram que os objetivos almejados no Prefácio desta publicação estão longe de serem realizados, e que o grande número de crianças e jovens que ainda não estão na escola não é o único obstáculo à sua realização, mesmo que tal obstáculo seja real.

Nesse contexto, o resultado de um ensino da matemática de qualidade para todos não ocorre por si, e é um tema recorrente de debates. Portanto, consideramos importante precisar nossa posição sobre esse ponto, tomando em conta especialmente aquilo que, em nossas visões sobre matemática e seu ensino, assim como suas práticas educativas, com frequência torna uma educação matemática de qualidade para todos problemática.

- 1 No plano internacional, faz-se referência aos resultados dos estudos *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) do *International Study Center* (ISC), *Programme for International Student Assessment* (PISA) da OCDE, assim como da pesquisa do *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (SERCE) conduzido pelo *Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación* (LLECE) na América Latina.
- 2 Esse fenômeno foi colocado em destaque pelos estudantes de países asiáticos nos estudos TIMSS e PISA.

Por exemplo, é reconhecido de forma unânime que a matemática é onipresente no mundo atual, principalmente nos objetos tecnológicos que nos cercam ou nos processos de troca e de comunicação; porém, em geral, ela é invisível.

Por exemplo, é reconhecido de forma unânime que a matemática é onipresente no mundo atual, principalmente nos objetos tecnológicos que nos cercam ou nos processos de troca e de comunicação; porém, em geral, ela é invisível. Essa invisibilidade torna problemática a percepção do interesse em se desenvolver uma cultura matemática, além da aprendizagem mais básica que envolve números, medidas e cálculos. É importante que a educação básica contribua para superar essa invisibilidade, especialmente porque as necessidades atuais do chamado *letramento matemático* vão além das exigências tradicionalmente associadas ao “saber calcular”. Nós retornaremos a esse ponto dentro deste documento (Seção 2).

Da mesma forma, várias incompreensões afetam a visão da atividade matemática que resulta da imagem que se tem de um matemático. Com frequência, essa atividade é ainda pensada quase exclusivamente como uma atividade solitária, separada dos problemas do mundo real e independente de meios tecnológicos. Ela também é percebida frequentemente como uma atividade puramente dedutiva, que se traduz na produção sucessiva de teoremas por meio de provas formais com um rigor perfeito. Enfim, considera-se com frequência que a matemática não é uma ciência

acessível a todos e, em especial, que as meninas têm mais dificuldades para aprendê-la do que os meninos.³ Essas muitas incompreensões afetam o ensino e constituem obstáculos a uma educação matemática de qualidade para todos.

Uma educação matemática de qualidade deve permitir a construção de uma imagem positiva e adequada da matemática. Para isso, ela deve ser fiel à própria matemática, no que diz respeito tanto aos conteúdos como às práticas. Ela deve permitir que os alunos compreendam as exigências correspondentes à matemática que lhes são ensinadas, e também que eles fazem parte de uma longa história que acompanha a história da humanidade.⁴ Aprender a matemática significa também oferecer meios de acessar esse patrimônio cultural. Seu ensino deve permitir que os alunos compreendam que a matemática não é um corpo de conhecimentos rígidos, mas, ao contrário, é uma ciência viva em plena expansão, cuja evolução se alimenta dos conhecimentos de outros campos científicos e que por sua vez lhes retroalimenta. Seu ensino

3 Sobre essa questão de gênero, pode-se fazer referência à importante bibliografia acessível por meio do site da *International Organisation of Women and Mathematics Education* (IOWME). Disponível em: <<http://extra.shu.ac.uk/iowme/>>. Nós retornaremos a essa questão no Capítulo 2 deste texto.

4 Com respeito a essa dimensão histórica, pode-se fazer referência principalmente aos trabalhos do grupo internacional *History and Pedagogy of Mathematics* (HPM – disponível em: <<http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM/>>) e ao estudo da *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) dedicado a esse tema (FAUVEL; VAN MAANEN, 2000).

também deve lhes permitir ver a matemática como uma ciência que pode e deve contribuir para a resolução de problemas maiores que o mundo atual deve enfrentar; os quais foram lembrados no Prefácio. Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, ser conduzida por uma visão da matemática como uma ciência viva, em conexão com o mundo real, aberta a relações com outras disciplinas, de modo que tal abertura não se limite apenas a disciplinas científicas. Assim, em particular, deve permitir que os alunos entendam o poder da matemática como uma ferramenta de modelagem para compreender e agir sobre o mundo.⁵

Uma educação matemática de qualidade também deve oferecer uma visão não deturpada das práticas daqueles que produzem ou utilizam a matemática. A atividade matemática é, de fato, uma atividade humana com múltiplas facetas, muito longe dos estereótipos atribuídos a ela na cultura popular. Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, refletir essa diversidade por meio de diferentes conteúdos matemáticos que sejam apresentados progressivamente aos alunos: propor os problemas ou reformulá-los para torná-los acessíveis a um trabalho matemático, modelar; explorar; conjecturar; experimentar; representar e formular; desenvolvendo linguagens específicas, argumentar e provar; desenvolver métodos, elaborar os conceitos e relacioná-los dentro de espaços estruturados, trocar e comunicar... Tal educação deve permitir que se viva a experiência matemática, ao mesmo tempo como uma experiência individual e como uma experiência coletiva, e que se perceba o que é possível compartilhar, o debate com os outros. Ela deve saber estimular, por meio de desafios, cultivando os valores da solidariedade. Ela também deve mostrar uma escola aberta ao mundo e, para isso, deve estar sintonizada com as práticas matemáticas científicas e sociais fora da escola, bem como saber principalmente se apoiar de forma adequada nos meios tecnológicos que instrumentalizam essas práticas.

Alinhar a educação matemática com esses valores e enquadrá-la no ensino para todos são desafios que os sistemas educacionais devem intensificar; se se deseja que a educação matemática, de forma coerente e complementar com o ensino de ciências, contribua como se deve para o desenvolvimento científico e social, para a cidadania, assim como para o desenvolvimento pessoal dos indivíduos. Tal desafio exige mudanças substanciais em relação ao estado atual da educação matemática.

A atividade matemática é, de fato, uma atividade humana com múltiplas facetas, muito longe dos estereótipos atribuídos a ela na cultura popular. Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, refletir essa diversidade por meio de diferentes conteúdos matemáticos que sejam apresentados progressivamente aos alunos.

5 Para essa dimensão de *modelagem*, pode-se fazer referência aos trabalhos da *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA – disponível em: <<http://www.ictma.net>>) e ao estudo da ICMI dedicado a esse tema (BLUM et al., 2007).

Neste documento, nós insistimos sobre as mudanças que nos parecem ser as mais decisivas, e indicamos um certo número de condições necessárias para tais mudanças. Da mesma forma, tentamos mostrar possibilidades de nos apoiar nas conquistas realizadas nos diversos contextos, do ponto de vista econômico, social e cultural. Esses exemplos também nos servem para insistir que, se os princípios comuns podem orientar a ação, não existe uma via única para as mudanças positivas, e não há uma solução que não possa ser transposta de um contexto educacional para outro. Eles mostram, enfim, que a obtenção de melhorias positivas e duradouras necessita de uma continuidade da ação política em seu período de efetivação, apoiando-se na colaboração organizada de todos os seus atores envolvidos e das formas de ação que, rompendo com suas práticas usuais, asseguram uma divisão adequada de iniciativas e responsabilidades.

2. Educação matemática e numeramento

Assegurar o numeramento de todos os jovens não é a única meta da educação matemática na educação básica, mas esse é o objetivo fundamental e prioritário. Assegurar esse numeramento significa permitir o desenvolvimento de conhecimentos e das competências matemáticas necessárias para a integração e a participação ativa na sociedade, assim como para a adaptação às mudanças previsíveis. Significa também oferecer oportunidades de acesso a um mundo mais abrangente do que aquele em que os alunos têm sido educados, formar indivíduos capazes de encontrar seu lugar no mundo atual, de se realizar e ajudar na solução dos grandes desafios que a humanidade deve enfrentar nos dias atuais: saúde, ambiente, energia e desenvolvimento. Essas metas, longe de serem alcançadas nos dias atuais, constituem um primeiro desafio para a educação matemática básica.

Assegurar o numeramento de todos os jovens não é a única meta da educação matemática na educação básica, mas esse é o objetivo fundamental e prioritário.

2.1 O desafio do letramento matemático

O desafio a ser enfrentado é, antes de mais nada, o relativo ao acesso à educação básica. As metas expressas no ODM para o desenvolvimento, que preveem o acesso à educação básica para todos os jovens em 2015, estão longes de serem cumpridas, pois, atualmente, em torno de 72 milhões de crianças em idade para frequentar a escola primária estão fora da escola. O desafio quantitativo desse acesso generalizado se sobrepõe ao desafio da existência de um número suficiente de professores qualificados para os alunos, assunto ao qual ainda retornaremos neste texto (Seção 5).

Esse desafio não pode ser minimizado. Nesta seção, nós gostaríamos de enfatizar, no entanto, outro desafio, o da adaptação da educação básica às expectativas atuais em termos de letramento matemático. Como mencionamos acima, essas expectativas foram modificadas consideravelmente pelos efeitos da evolução tecnológica, econômica e social, e elas continuarão a se alterar no futuro. Nos dias atuais, não é suficiente dominar os saberes básicos referentes

Nos dias atuais, não é suficiente dominar os saberes básicos referentes aos números e às grandezas, que, por um longo tempo, constituíram a condição matemática para a integração social. A cultura de números – ou cultura digital – em que as sociedades atuais estão cada vez mais imersas, as novas responsabilidades que os indivíduos devem assumir, como cidadãos ou como pessoas, as incertezas crescentes que marcam o mundo em que vivemos, exigem uma revisão da ideia de letramento matemático.

aos números e às grandezas, que, por um longo tempo, constituíram a condição matemática para a integração social. A cultura de números – ou cultura digital – em que as sociedades atuais estão cada vez mais imersas, as novas responsabilidades que os indivíduos devem assumir, como cidadãos ou como pessoas, as incertezas crescentes que marcam o mundo em que vivemos, exigem uma revisão da ideia de letramento matemático.

O conhecimento dos números, do sistema de numeração decimal e das operações aritméticas, a capacidade de resolver problemas no campo da aritmética elementar – como, por exemplo, os problemas de proporções –, o conhecimento dos sistemas de grandeza e das formas geométricas usuais do plano e do espaço, constituíram por um longo tempo o conteúdo de ensino da matemática para todos. Eles são as bases imprescindíveis do letramento matemático. Como ocorria no passado, as crianças devem aprender a adquirir senso numérico e de fórmulas, a estimar, medir e brincar com as ordens de grandeza. Entretanto, por um lado, essas bases não são mais suficientes para responder ao grande aumento das demandas atuais, e por outro, não se pode pensar na aprendizagem destas sem se considerar as condições sociais da utilização desses conhecimentos e os novos meios que as tecnologias oferecem para a aprendizagem.

Nos dias atuais, o letramento matemático deve, em especial, permitir que os indivíduos compreendam, analisem e critiquem os múltiplos dados cuja apresentação utiliza sistemas de representação diversos e complexos, numéricos, simbólicos e gráficos, e outras interações. Esse letramento deve permitir que eles realizem escolhas racionais, fundamentadas na compreensão, na modelagem, na predição e no controle de seus efeitos, diante de situações inéditas e muitas vezes cheias de incertezas. Portanto, é essencial, principalmente, que todos os indivíduos sejam, no curso de sua educação básica em matemática, colocados progressivamente em contato com a complexidade do mundo numérico (digital) atual, que aprendam a se referir a esse mundo e a agir, familiarizando-se com a diversidade dos modos de

representação que são utilizados nele. Também é importante que os indivíduos sejam progressivamente familiarizados com os modos de pensamento probabilístico e estatístico, que são necessários para colocar a matemática a serviço da compreensão de inúmeros fenômenos que, nas ciências e na vida social, trazem incerteza e risco.

Também devemos considerar para a aprendizagem, como sublinhamos acima, as utilizações reais e as potencialidades oferecidas pelas tecnologias atuais. As utilizações reais nos mostram, em particular, uma evolução inegável das práticas sociais do cálculo. O cálculo é sempre um componente-chave do letramento matemático, mas é cada vez mais instrumentalizado por diversas ferramentas. Sua organização e seu controle necessitam, nessas condições, de capacidades ampliadas de estimação, de raciocínio embasado nas propriedades dos números e das operações, de um novo equilíbrio entre o cálculo exato e o cálculo aproximado, e entre o cálculo escrito e o cálculo mental. Preparar os alunos de forma adequada para essas formas atuais de cálculo, ao longo da educação básica, requer que se repense a visão de sua aprendizagem, e principalmente os objetivos que são atribuídos à aprendizagem de técnicas operatórias. Para essa questão, uma fonte inesgotável de debates, certamente não existe uma resposta uniforme e independente da realidade dos contextos e dos meios que estejam disponíveis socialmente para a atividade matemática.

Parece-nos igualmente importante sublinhar que o ensino de matemática não é o único a contribuir para o desenvolvimento dos conhecimentos necessários ao letramento matemático. Ele deve ocorrer em estreita interação com outras formas de ensino, em particular científicos, ultrapassando as barreiras entre as disciplinas, como foi destacado na Introdução. Não obstante, o ensino da matemática exerce um papel-chave nesse domínio, pois ele é o único que considera os objetos e as técnicas relativas como objetos de estudo em si, bem como organiza sistematicamente a progressão dos conhecimentos a eles relacionados. Este ponto de vista que é desenvolvido, por exemplo, na obra "Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy", publicada em 2001 nos Estados Unidos pelo *National Council on Education and the Disciplines* (STEEN, 2001), que reconhece que o ensino de matemática nos Estados Unidos não atende exatamente a essa missão. A obra sublinha igualmente que a noção de numeramento não deve ser concebida como algo fixo, que independe do tempo e do espaço. As exigências mais visíveis que são expressas em termos de numeramento quantitativo são aquelas da sociedade norte-americana atual ou de sociedades comparáveis a ela, em termos de desenvolvimento e de escolhas sociais. Porém, sem minimizar as diferenças culturais, parece-nos importante destacar que, em todo o mundo, se observa uma evolução e um aumento de exigências quanto ao letramento matemático, os quais devem levar em conta a concepção de uma educação matemática de qualidade para todos. Ademais, não se poderia esquecer de que a componente de letramento matemático na educação básica deve permitir a antecipação das evoluções futuras de sociedades, assim como abrir o acesso a outros mundos para todos.

2.2 Além do desenvolvimento de um letramento matemático

Mesmo se tratando de educação básica, uma meta da educação matemática de qualidade para todos não pode ser reduzida apenas ao desenvolvimento de um letramento matemático no sentido definido acima. A educação matemática, dentro da educação básica obrigatória, também deve responder a outras exigências. Ela deve permitir que todos percebam a incrível aventura humana que o desenvolvimento da matemática constitui através dos séculos e dos continentes, uma aventura inseparável da história da humanidade. Ela deve permitir que todos se interroguem sobre o papel que os matemáticos tiveram e que têm nos dias atuais no campo do desenvolvimento científico, tecnológico, econômico e social. Ela deve permitir que os alunos exercitem, em seus próprios níveis, as formas de pensamento matemático, que são a abstração, a generalização, o raciocínio lógico e a prova, a simbolização matemática, e que compreendam o seu poder: Ela também deve preparar a formação posterior de todos aqueles cuja vida profissional necessitará de matemática avançada, bem como suscitar o interesse dos jovens por essas profissões, que, como se sabe, constituem um desafio real para muitos países em nossa época.

Para tanto, é importante que se ofereça uma visão da matemática como uma ciência viva, ancorada no mundo e em interação com outros campos científicos. Isso impõe que se leve em conta várias características da matemática atual, lembradas por László Lovász, o presidente da União Matemática Internacional, durante a conferência organizada em Lisboa, em 2007, sobre o futuro da educação matemática na Europa: o crescimento exponencial da comunidade matemática e das atividades de investigação nesse domínio; as novas aplicações da matemática e sua crescente influência; as novas ferramentas da atividade matemática, que são os computadores e as tecnologias de informação e comunicação (TIC); assim como novas formas de atividade matemática (LOVÁSZ, 2007). Em particular, isso implica considerar as interfaces da matemática além de suas interações históricas com a física: a interface com as ciências da informática, com a economia, notadamente com a biologia; as evoluções internas no campo da própria matemática, com a crescente importância dos domínios como a matemática discreta e a probabilidade; e a evolução das interações dos domínios da matemática. Isso também implica considerar a evolução das práticas matemáticas estritamente relacionadas à evolução tecnológica: a importância e a crescente visibilidade da parte experimental da matemática; o apoio da tecnologia ao cálculo, à visualização e à simulação; o reforço e uma visão renovada à dimensão algorítmica da matemática; sem deixar de lado a gestão racional e eficaz da atual diversidade de fontes de informação e de formas possíveis de trabalho colaborativo.

Como considerar essas evoluções dentro da educação básica? Diante da diversidade da matemática atual, escolhas se impõem, necessariamente. Como destacou László Lovász na conferência mencionada acima, no que se refere à educação matemática de modo

global, essas evoluções não são evidentes e se mostram ainda mais difíceis em um contexto no qual a tendência geral é reduzir as horas de ensino da matemática. Acrescentamos que elas são ainda mais delicadas quando se trata de educação básica, quando os alunos não têm à sua disposição a matemática atual, a não ser conhecimentos limitados e muitas vezes fracos. Porém, para não perpetuar a ideia muito difundida entre os estudantes de que a matemática é uma ciência morta, é imperativo que se observe este desafio, encontrar o equilíbrio satisfatório entre o desenvolvimento das competências matemáticas esperadas de todos e a abertura às questões atuais bem selecionadas. Essas mudanças devem ser realizadas sem que se antagonize a matemática tradicional e a atual, repensando o ensino de domínios tradicionais, para que reflitam melhor a realidade da visão e das práticas matemáticas atuais, e organizando uma melhor interação do ensino da matemática com o ensino das ciências. Não há uma resposta única para esse desafio, mas o importante é realizar escolhas coerentes e realistas, levando em conta os contextos e as culturas.⁶ Essas escolhas devem ser informadas por uma visão da evolução recente da ciência matemática, tomando-se em conta suas possíveis implicações para o ensino. Essa visão deve estar acessível, por meio de formas adaptadas, aos educadores.

Ademais, essa é a ambição do Projeto Felix Klein, a ser lançado conjuntamente pela União Matemática Internacional e a Comissão Internacional de Instrução matemática.⁷

Hoje existe um consenso sobre avaliar que o que se espera são, antes de tudo, os conhecimentos operacionais expressos pela capacidade de mobilizar as ferramentas matemáticas para enfrentar situações novas e potencialmente problemáticas, e não apenas a capacidade de reproduzir os procedimentos aprendidos em contextos relativamente estáveis e muito próximos dos de aprendizagem.

6 A obra de Kahane (2001), resultado do trabalho da Comissão de Reflexão sobre o Ensino de Matemática na França, assim como os diferentes documentos elaborados por essa comissão e acessíveis pelo site da Sociedade Matemática da França (disponível em: <smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/>), constitui exemplo de tal reflexão realizada no contexto francês.

7 A Comissão Internacional de Instrução Matemática (*International Commission on Mathematical Instruction* – ICMI) é uma comissão da União Matemática Internacional. Para informações sobre o projeto Felix Klein, pode-se acessar o site da ICMI, disponível em: <<http://www.mathunion.org/ICMI/>>. Em princípio, esse projeto visa aos professores do ensino secundário, mas está previsto atingir o conjunto dos professores de matemática.

2.3 Aprendizagem de conteúdos/desenvolvimento de competências

As considerações anteriores impõem que sejam questionados, ao mesmo tempo, os conteúdos de ensino e as expectativas específicas em termos de aprendizagem para esse conteúdo. Desse ponto de vista, hoje existe um consenso sobre avaliar que o que se espera são, antes de tudo, os conhecimentos operacionais expressos pela capacidade de mobilizar as ferramentas matemáticas para enfrentar situações novas e potencialmente problemáticas, e não apenas a capacidade de reproduzir os procedimentos aprendidos em contextos relativamente estáveis e muito próximos dos de aprendizagem. Há também um consenso em se avaliar que eles são os conhecimentos suficientemente sólidos e estruturados para servir de base para aprendizagens posteriores, tendo em vista o caráter cumulativo dos conhecimentos matemáticos. A reflexão nesse domínio é acompanhada pelos esforços sistemáticos para expressar o que se entende por *competência matemática*, tentando inclusive determinar categorias que transcendem qualquer conteúdo específico, para auxiliar a compreender de forma mais global o pensamento matemático e sua possível evolução. Por exemplo, Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) definem o que chamam de *mathematical proficiency* (proficiência matemática) como o resultado do entrelaçamento de cinco dimensões: *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence*, *adaptive reasoning* e *productive disposition* (compreensão conceitual, fluência processual, competência estratégica, raciocínio adaptativo e disposição produtiva). No modelo KOM, desenvolvido na Dinamarca (NISS, 2002), que lhe serviu de base para a reforma do ensino secundário, implementado em 2005 naquele país, e que também inspirou o conceito de *mathematical literacy* (letramento matemático) do Programa PISA da OCDE (OCDE, 1999, 2006), as habilidades matemáticas são definidas como o poder de agir com inteligência e de maneira adequada em situações que envolvem alguma forma de desafio matemático. Oito habilidades principais são identificadas, distintas, mas não independentes.⁸ O grau de desenvolvimento de cada uma dessas habilidades é, para um dado indivíduo, avaliado segundo três dimensões: a compreensão de seus aspectos característicos, a extensão do domínio dos contextos e das situações nas quais estes podem ser aplicados, e o nível técnico dessas aplicações.

Em diversos países, essa atenção para a explicitação de competências transversais resultou em uma distância das descrições curriculares tradicionais em termos de conteúdo, em benefício das descrições estruturadas em torno de tais competências transversais. Hoje, parece-nos

8 Essas competências transversais são as seguintes: a) compreender as formas características de propor e resolver questões matemáticas; b) ser capaz de reconhecer, formular e resolver problemas matemáticos; c) ser capaz de entender, avaliar e construir modelos matemáticos; d) ser capaz de acompanhar, analisar, avaliar e construir raciocínios matemáticos; e) ser capaz de lidar com diversas representações de fenômenos matemáticos; f) ser capaz de manejar os formalismos matemáticos; g) ser capaz de se comunicar em matemática e sobre seus objetivos; e h) ser capaz de utilizar as ferramentas apropriadas para a atividade matemática.

importante encontrar um equilíbrio e uma articulação razoável dentro da definição da educação básica em matemática entre esses dois tipos de descrição.

As definições usuais em termos apenas de conteúdo deixam implícito, em geral, o que se espera exatamente como competência em relação ao ensino, bem como deixam de mostrar de forma clara como as aprendizagens específicas em áreas se adéquam em um objetivo mais geral de desenvolvimento de competências matemáticas. Nesse sentido, elas não favorecem as evoluções e as adaptações necessárias mencionadas acima. Porém, as definições em termos de competências gerais tampouco bastam para se construir uma organização curricular coerente com respeito às epistemologias dos domínios correlatos, que tornem visíveis as razões essenciais dos conceitos e das técnicas ensinadas, tendo em vista o caráter cumulativo dos conhecimentos matemáticos. Como foi destacado por Winslow (2005), a matemática resulta de uma história humana contra a qual faz pouco sentido uma visão em termos de desenvolvimento de competências transversais. Portanto, a construção de um currículo para a educação básica deve combinar, de modo equilibrado, as duas abordagens complementares, que são a abordagem em termos de conteúdo e a abordagem em termos de competências transversais; isso é um desafio real, com a experiência mostrando a dificuldade em se encontrar um equilíbrio satisfatório. Em particular, é importante mostrar claramente a forma como o ensino de certos domínios matemáticos contribui para o desenvolvimento de competências transversais, sem anular a especificidade dessas contribuições.

Por exemplo, as formas de raciocínio e de prova são, na matemática, além de noções básicas da lógica comum, estritamente dependentes das áreas em que se desenvolvem. Assim, a eficácia do raciocínio não se baseia na teoria de números, na geometria, na probabilidade ou na estatística sobre seus padrões.

2.4 Educação matemática para todos/educação matemática de qualidade

Conforme destacamos, a educação básica deve assegurar uma educação matemática de qualidade para todos seus estudantes. Essas duas ambições – assegurar uma educação matemática de qualidade e assegurar uma educação para todos os estudantes – muitas vezes são vistas como inconciliáveis. Elas são assim, de fato, se não se dispõe de um número suficiente de professores qualificados para assegurar, com condições satisfatórias, o acesso generalizado à educação básica,

A educação básica deve assegurar uma educação matemática de qualidade para todos seus estudantes. Essas duas ambições – assegurar uma educação matemática de qualidade e assegurar uma educação para todos os estudantes – muitas vezes são vistas como inconciliáveis.

o que infelizmente ocorre em muitos países em desenvolvimento. Contudo, muitas vezes, por trás dessa visão também existe a ideia de que a educação matemática de qualidade é necessariamente uma educação seletiva, e que querer aplicá-la a todos os alunos não pode ser feito se não em detrimento da qualidade.

Superar essa visão, muitas vezes ancorada solidamente na cultura, é um verdadeiro desafio para o ensino da matemática. Tal desafio está longe de ser superado. Entretanto, os resultados de avaliações internacionais (OCDE, 2004, 2007) tendem a mostrar que, entre os sistemas educacionais bem-sucedidos, estão aqueles que fizeram a aposta da educação inclusiva na escola básica. A diversidade das escolhas educativas dos países em questão mostra, mais uma vez, que a solução desse problema não é única. Ela mostra também o que oferecem para a compreensão das possibilidades os estudos comparativos que se multiplicaram nos últimos anos, e que foram largamente motivados por essas pesquisas (cf. por exemplo, KAISER; LUNA; HUNTLEY, 1999; LEUNG; GRAF; LOPEZ-REAL, 2006). Por fim, destacamos que uma concepção inclusiva da educação básica não exclui que se considerem as atividades extracurriculares como ocorre em muitos países, para reforçar o interesse dos estudantes em relação à matemática e permitir-lhes que participem nela de forma mais intensa se assim desejarem (Seção 7).

3. O desafio da evolução das práticas de ensino

Superar os desafios mencionados na parte anterior supõe uma evolução das práticas de ensino que permitam que seu papel seja coerente com os objetivos fixados. Os estudos sobre as práticas de ensino realizados no âmbito das pesquisas didáticas e de formação, como as enquetes realizadas pelas instituições internacionais (COMMISSION EUROPÉENNE, 2007), mostram efetivamente que esse não é o caso, em geral, no momento atual. Com muita frequência, o ensino da matemática na educação básica é um ensino pouco estimulante:

- Concebido como um ensino formal, centrado na aprendizagem de técnicas e na memorização de regras, cujo significado não é destacado para os estudantes.
- No ensino, os objetos matemáticos são introduzidos sem que se conheçam as necessidades a que devem responder; tampouco se comentam suas articulações com os objetos precedentes.
- Dentro dele, as relações com o mundo real são tênues, geralmente muito artificiais para serem convincentes, e as aplicações são estereotipadas.
- Dentro dele, as práticas experimentais e as atividades de modelagem são raras.
- Dentro dele, uma utilização pertinente da tecnologia ainda permanece relativamente rara.
- Nele, os estudantes têm pouca autonomia no seu trabalho com a matemática e são frequentemente limitados nas tarefas de reprodução.

As pesquisas e os experimentos mostram que outras opções são possíveis, produtivas em termos de aprendizagem, e fornecem aos estudantes outra visão da matemática e de sua capacidade de apreender o significado dessa ciência, sendo, portanto, acumulados ao longo dos anos (para as visões sintéticas, ver BISHOP et al., 1996, 2003; LESTER, 2007). Geralmente, eles se apoiam nas perspectivas socioconstrutivistas da aprendizagem (ERNEST, 1998). Eles também enfatizam a resolução de problemas no ensino de matemática, que esses problemas sejam utilizados para motivar e preparar a introdução de novos conceitos e que permitam o seu trabalho e a sua exploração após aqueles que foram introduzidos. Nessa

perspectiva, a aprendizagem é percebida como um processo progressivo de percepção do significado, à medida que encontra situações-problema cuidadosamente escolhidas e organizadas, graças à mediação de sistemas de representação e de artefatos diversos, não sendo os objetos matemáticos acessíveis diretamente aos nossos sentidos. A dimensão social dessa aprendizagem, por meio das interações dos alunos, e dos professores com os alunos, é fortemente delineada como a importância de estar em sintonia com a experiência adquirida pelos alunos fora da escola.

Entretanto, numerosos estudos também mostram que, quando os professores tentam modificar suas práticas para colocá-las em conformidade com os discursos socioconstrutivistas dominantes, por exemplo, propondo aos alunos problemas mais abertos, com o objetivo de induzi-los a uma atitude investigativa, os resultados não são necessariamente satisfatórios. Com frequência, observa-se uma atividade dos alunos que, mesmo quando dirigida de forma conveniente e razoavelmente produtiva no plano matemático – o que não é necessariamente o caso –, dificilmente é explorada pelos professores, se eles não têm formação específica. O compartilhamento das responsabilidades matemáticas entre professores e alunos que inclui essa visão da aprendizagem está, de fato, longe de ser alcançado. Ele requer tarefas e orientações apropriadas para os alunos, assim como um contrato didático apropriado (BROUSSEAU, 1997). Ele exige professores capazes de enfrentar os imprevistos e identificar o potencial matemático das ideias e produções dos alunos que não estão necessariamente previstas. Ele requer, enfim, professores capazes de ajudar os alunos a conectar os resultados que eles obtiveram em um contexto particular com os conhecimentos almejados pela instituição, às vezes dentro do seu conhecimento e da sua forma de expressão. Dessa forma, as exigências para professores competentes estão, hoje, bem além das práticas de ensino tradicionais.

Tudo isso remete à questão incontornável da formação de professores e dos recursos que são colocados à disposição destes para lhes permitir a evolução de suas práticas. Retornaremos a esse ponto neste texto, mas desde já queremos destacar alguns pontos. Uma formação apropriada deve, em particular, ajudar de forma mais eficaz os professores a elaborar as tarefas suscetíveis de permitir atividades de investigação matematicamente produtiva, dentro dos limites próprios da turma, ajudá-los a exercer de forma mais eficaz os papéis de orientadores e mediadores, que são os seus papéis em gerenciar as atividades de maneira matematicamente eficaz. Por outro lado, as evoluções das práticas devem ser pensadas em termos de dinâmica, com o objetivo de manter uma distância razoável entre o antigo e o novo, e elas devem estar sustentadas por recursos adaptados que permitam colocar em prática e manter as evoluções demandadas. Ainda com muita frequência, o que se propõe aos professores em formação, ou por meio de recursos que lhes são disponibilizados, são modelos de prática muito distantes de suas práticas reais, para poderem ser assimilados sem que sejam alterados.

Entretanto, é largamente subestimado o aumento da exigência de competências, tanto matemáticas como didáticas, que as novas práticas exigem. Todo esse contexto torna difícil para que os professores percebam os benefícios que podem obter das mudanças preconizadas e não os estimula a se engajar nas evoluções almejadas.

Por meio dessas constatações, coloca-se a questão da adequação dos modelos de formação e de difusão das inovações – posteriormente, nós voltaremos às pesquisas sobre essa questão.

Antes de passar para o ponto seguinte, gostaríamos de insistir ainda sobre o fato de que, mesmo que o modelo socioconstrutivista descrito brevemente acima inspire nos dias de hoje de forma mais ou menos explícita, muitas inovações e ações educativas podem, segundo os contextos sociais e culturais, aparecer sob formas sensivelmente diferentes. Por outro lado, não existe um único modelo possível (SIERPINSKA; LERMAN, 1996). É isso que mostram os estudos, como o “Estudo ICMI” referente à comparação das culturas de ensino entre os países asiáticos de tradição confucionista e países do Ocidente (LEUNG; GRAF; LOPEZ-REAL, 2006); ou o “Learner’s Perspective Study” (CLARKE; KEITEL; SHIMIZU, 2006; CLARKE et al., 2006), que compara as práticas de ensino reconhecidas como especializadas entre 12 países.

4. O desafio da avaliação



avaliação é necessária para o ensino da matemática, na sua dimensão formativa, para conduzir as aprendizagens durante sua realização, bem como na sua dimensão somativa, para situar os resultados obtidos em relação às expectativas e avaliar a distância entre o currículo desejado e o currículo alcançado. Por isso, ela deve saber combinar as dimensões internas e externas, qualitativas e quantitativas, e se fundamentar nas metodologias e nos instrumentos apropriados. Há um ponto de consenso no qual parece inútil insistirmos.

Uma questão essencial nessa área consiste em colocar, de forma coerente, os meios de avaliação em relação aos objetivos almejados pelo ensino dentro dos valores subjacentes a eles. Essa coerência é fundamental, dada a influência que a avaliação exerce sobre o ensino, e representa um verdadeiro desafio para o ensino da matemática. Ela não é fácil porque, como destacamos, uma educação matemática de qualidade visa a diversos objetivos em termos de conhecimento, de competências específicas e transversais, e de atitudes diante da disciplina. Ela coloca em jogo as capacidades individuais, mas também as capacidades de natureza mais coletiva. Ela deve considerar o fato de que a resolução de problemas, que é uma parte essencial da atividade matemática, necessita de um prazo suficiente para ser corretamente avaliada. Ela deve estar de acordo com as práticas em que são utilizadas as ferramentas tecnológicas autorizadas. E, na perspectiva da UNESCO, de uma educação básica de qualidade acessível a todos e que funcione como motor de crescimento e desenvolvimento pessoal, ela deve ser projetada para permitir que cada um expresse seus conhecimentos e suas competências, por estar atento à diversidade das formas que esses conhecimentos e essas competências podem adquirir:

Uma questão essencial nessa área consiste em colocar, de forma coerente, os meios de avaliação em relação aos objetivos almejados pelo ensino dentro dos valores subjacentes a eles.

Tudo isso demanda uma avaliação multifacetada, e nenhuma forma de avaliação poderia reivindicar atender a todas essas condições. Em particular, é importante reconhecer que as atividades de pesquisa, as atividades experimentais, as realizações de projetos matemáticos, as atividades de síntese, de exposição, os trabalhos de natureza histórica, as execuções práticas, os quais devem ter seu lugar na educação básica de qualidade para todos, e, portanto, também

devem ser avaliados para o reconhecimento institucional da sua importância, necessitam de formas adaptadas de avaliação.

Atualmente, existe uma forte tendência a multiplicar as avaliações e, para assegurar seu *caráter científico*, permitir a passagem para uma grande escala e minimizar os custos, a embasá-las em séries de questões de múltipla escolha ou que necessitam de uma resposta curta, possivelmente tratáveis de forma automatizada.⁹ Essas avaliações podem ser muito bem concebidas, e nós podemos extrair delas informações muito interessantes, como ficou evidenciado por muitas realizações.

No entanto, elas limitam a apreciação do que pode ser uma formação matemática de qualidade, reduzindo a apreciação ao que as ferramentas utilizadas permitem avaliar, estando sujeitas a muitas condicionantes. Por essa razão, parece-nos perigoso limitar a somente essas formas de avaliação dos alunos e, especialmente, torná-las instrumentos privilegiados de gestão de um sistema educacional. A história recente nos fornece exemplos de efeitos perversos de tais dispositivos (SCHOENFELD, 2007; KEITEL, 2008). Ela nos mostra, em particular, que, em contextos mais frágeis, o ensino pode derivar para um ensino centrado na preparação de testes que, qualquer que seja a sua qualidade, são inconciliáveis com a educação matemática de qualidade que nós vislumbramos.

A avaliação tem um papel crucial na implementação e na generalização bem-sucedida da educação matemática de qualidade para todos. É importante que ela seja colocada a serviço dessa causa, de modo que sua adequação aos valores da educação matemática de qualidade e seus efeitos, diretos e indiretos, sejam cuidadosamente controlados.

5. O desafio do professor: condição, formação inicial e continuada



s professores são peças-chaves de todos os desenvolvimentos positivos e duráveis dos sistemas. Hoje, eles constituem o principal desafio de uma educação matemática de qualidade para todos. Os problemas colocados são múltiplos, e podem ser quantitativos ou qualitativos.

5.1 O desafio quantitativo

O desafio quantitativo não atinge da mesma forma todas as partes do mundo. Em certos países, a profissão de professor na educação básica desfruta de uma boa imagem social, os salários são aceitáveis mesmo que não sejam atraentes, as condições de trabalho são boas – tudo isso contribui para tornar esta uma profissão atrativa. Essa situação está longe de ser generalizada, mesmo em países desenvolvidos, como mostram os sérios problemas de recrutamento e de retenção observados em certo número desses países (OCDE, 2005). O despreço pelos estudos de matemática na universidade, somado ao rigor, produz verdadeiros círculos viciosos (HOLTON, 2009). Entretanto, os maiores problemas se colocam nos países em desenvolvimento, onde com muita frequência se acumulam a baixa atratividade do ofício, um número muitas vezes insuficiente de estudantes egressos do ensino secundário com suscetibilidade para ser orientados a essa profissão e de formadores para assegurar sua preparação. Em muitos desses países, a isso se acresce um êxodo considerável de estudantes, ou mesmo de professores já formados, em busca de países que ofereçam melhores perspectivas profissionais. Esse fenômeno está particularmente presente em um bom número de países africanos, como mostra o estudo sobre a

Os professores são peças-chaves de todos os desenvolvimentos positivos e duráveis dos sistemas. Hoje, eles constituem o principal desafio de uma educação matemática de qualidade para todos. Os problemas colocados são múltiplos, e podem ser quantitativos ou qualitativos.

situação da formação dos professores em 12 países, motivado pelo colóquio AFRICME I (ADLER et al., 2007).

Os autores desse estudo acrescentam às dificuldades mencionadas acima as que decorrem da mortalidade resultante da Aids, e destacam que os problemas encontrados, mesmo se referindo à profissão docente em geral, atingem de forma específica os professores de matemática, pois inúmeras outras perspectivas de emprego são oferecidas a eles, no mesmo país ou no exterior.

O problema quantitativo do recrutamento e da retenção dos professores é, portanto, um grande problema e, para resolvê-lo, é necessário considerar os problemas do ensino de matemática, não apenas a educação básica. Como foi destacado no recente relatório "Mathematics in Africa: Challenges and Opportunities", realizado pelo Grupo Estratégico para Países em Desenvolvimento da União Matemática Internacional, para a *John Templeton Foundation* (DCSG, 2009): "será fútil concentrar-se somente na educação primária se não houver professores qualificados, e não poderá haver professores qualificados sem educadores com habilidades para ensinar os professores".¹⁰ Tal afirmação supõe fluxos suficientes no ensino secundário superior e no nível dos estudos universitários. Para vencer esse desafio é necessário um reconhecimento social da profissão à altura da sua real importância e uma melhora das condições de trabalho dos professores. Tais melhorias passam forçosamente pelos esforços sistemáticos para permitir que todos os professores tenham acesso às redes, aos recursos, à formação, à interação e à colaboração com outros.

5.2 O desafio qualitativo

O segundo desafio é o da qualidade, pois está claro que, em muitos países, a qualidade da formação está longe de ser satisfatória, mesmo quando não há o problema quantitativo. Como havíamos destacado, as expectativas em relação à educação básica aumentaram substancialmente. Responder a demandas acumuladas exige professores com uma formação sólida, tanto no plano matemático quanto nos planos didático e pedagógico. Em alguns países, a educação básica, notadamente os seus primeiros anos, em sua integralidade, é assegurada por professores que, em sua grande maioria, tiveram eles mesmos dificuldades em suas aprendizagens matemáticas, e têm uma imagem negativa da disciplina. Além disso, frequentemente se trata de professores polivalentes, e as horas consagradas à formação científica – e, *a fortiori*, à formação matemática

¹⁰ A importância atribuída à educação, além de apenas ao ensino básico, esteve igualmente no centro da conferência *Higher Education and Research in Developing Countries*, organizada conjuntamente pelo *Niels Henrik Abel Memorial Fund* e pelo *Oslo Center for Peace and Human Rights*, em Oslo, em fevereiro de 2008, disponível em: <<http://www.dnva.no/c26889/artikkel/vis.html?tid=27509>>.

– não constituem mais do que uma fração limitada da sua formação. Todo esse contexto torna o problema de sua formação ainda mais delicado.

Essas características da educação básica impõem uma reflexão profunda sobre os saberes necessários para o exercício dessa profissão e sobre o modo como esses saberes podem ser desenvolvidos. Ninguém pode negar que o exercício da profissão requer um conhecimento aprofundado da matemática almejado pela educação. Um primeiro ponto importante é que a matemática da educação básica não mais se limita, como destacamos, à matemática ensinada durante décadas nesse nível.

Muitas vezes, a formação matemática dos futuros professores negligencia esses desenvolvimentos e, portanto, não os prepara para oferecer no seu ensino uma visão da matemática como uma ciência viva que interage com muitas áreas. Isso é particularmente nocivo se o objetivo for, como tem sido apontado várias vezes neste documento, um ensino da matemática capaz de construir interações produtivas com o ensino das ciências. Um segundo ponto, ainda mais importante, é o da especificidade da matemática para o ensino. A pesquisa sobre a formação e as práticas de ensino conduziu à questão da eficácia da formação matemática, que não é suficiente, quando se consideram as necessidades matemáticas específicas da profissão (EVEN; BALL, 2009). De fato, atualmente existe um grande consenso em considerar que esses conhecimentos não se limitam aos conhecimentos matemáticos acadêmicos, por um lado, e aos conhecimentos pedagógicos, por outro lado, conhecimentos cuja aprendizagem poderia ocorrer de forma consecutiva ou justaposta.

Diversas categorizações foram propostas para descrever os diferentes tipos de conhecimento em questão, mais ou menos todos derivados do modelo inicial de Shulman (1986), que distingue *content knowledge* (conhecimento da disciplina), *pedagogical content knowledge* (conhecimento da didática) e *pedagogical knowledge* (conhecimento pedagógico). Esse é o caso, por exemplo, desenvolvido por Ball e outros (2005), a partir de inúmeros estudos de caso. Ele distingue quatro categorias de conhecimento: *common content knowledge* (o conhecimento matemático visado essencialmente pelo currículo), *specialized content knowledge* (aquele utilizado pelos professores e que vai além daquele do currículo), *knowledge of students and contents* (conhecimento a respeito dos alunos) e *knowledge of teaching and content* (conhecimento sobre o ensino e sua organização). O que os autores salientam é a necessidade de se considerar a matemática para o ensino como uma forma de matemática aplicada específica, cujo conhecimento não resulta automaticamente de uma formação universitária, ainda que aprofundada. Os autores comprovam tal fato ao propor a matemáticos universitários e a professores experientes da educação primária tarefas com números decimais e frações. A formação matemática dos professores deve considerar essa especificidade.

Um segundo ponto de consenso é o fato de que a formação de qualidade para professores deve considerar de forma explícita o relacionamento desses diferentes tipos de conhecimento, com o apoio de dispositivos adaptados e de suas atualizações na prática. Enquanto isso, os relacionamentos não conseguem ser todos compreendidos nessa fase, como mostram trabalhos como os de Ma (1999), Stevenson e Steigler (2000), mas o processo deve partir dessa fase.

Ele supõe a colaboração organizada de diferentes competências: matemática, didática e pedagógica. Nesse entrelaçamento de conhecimentos que contribui para a competência profissional dos professores, o conhecimento didático tem um papel a exercer; em virtude de sua posição de interface da disciplina com a profissão.

Atualmente, também está claro que a profissão do professor é uma formação inicial, independentemente da sua qualidade, que deve ser complementada por uma formação continuada regular. Esse fato se deve a vários aspectos. Por um lado, como destacamos acima, as muitas relações entre as diferentes formas de conhecimento, e entre os conhecimentos e as práticas, não fazem sentido na formação inicial, pela experiência de ensino insuficiente; por outro lado, o ensino da matemática deve se adaptar continuamente à evolução da ciência matemática, à sua relação com o mundo, à evolução das demandas sociais, à evolução das condições e dos meios de ensino, especialmente os meios tecnológicos, assim como à evolução de conhecimentos surgidos em diferentes campos de pesquisa, que são interessantes para o ensino e a aprendizagem. Atualmente, em muitos países, a formação continuada de professores está fragmentada, sem uma visão de longo prazo, sem coerência, sem um vínculo de continuidade com a formação inicial. Essa situação compromete seriamente a possibilidade de melhorias duráveis da qualidade do ensino. Portanto, a evolução dos conhecimentos sobre as práticas dos professores e seus possíveis modos de evolução (KRAINER; WOOD, 2008; VANDEBROUCK, 2008) permite, hoje, que se entenda melhor como a formação pode servir para a evolução das práticas, cuja necessidade salientamos na Seção 3, de modo a permitir aos professores que vivenciem nas suas aulas uma atividade matemática de qualidade.

Nesta parte do texto, colocamos em evidência grandes linhas consensuais e pontos particularmente importantes para direcionar os esforços. Como no caso das práticas, não há uma via única de progressão, e maior atenção deve ser dirigida às características contextuais e culturais. Alguns países têm uma tradição de formação de professores integrada ao longo do curso de formação, incorporando diferentes tipos de aprendizagens necessárias, enquanto outros vivem em uma tradição na qual inicialmente é dada prioridade à formação disciplinar de professores; alguns países têm professores polivalentes ao longo de toda a educação obrigatória, enquanto que, em outros, esse é o caso somente para os primeiros anos dessa educação – nos outros anos, os alunos têm vários professores desde o início. Não se pode pensar da mesma forma sobre a dinâmica da evolução nesses diferentes sistemas, mas, mais uma vez, tal situação

apresenta comparações interessantes que ajudam a entender melhor os pontos fortes e fracos de qualquer sistema, bem como imaginar a evolução que não seria vislumbrada dentro do próprio sistema. Desse ponto de vista, o “Estudo ICMI”, publicado recentemente e que trata de “The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics” (EVEN; BALL, 2009), é instrutivo pela diversidade de exemplos e análises que oferece.¹¹

Uma questão que finalmente gostaríamos de abordar nesta parte é a da avaliação da qualidade das formações e do impacto destas na aprendizagem dos estudantes. Trata-se de questões complexas, e embora existam muitos trabalhos sobre a avaliação dos alunos em matemática, a pesquisa nessa área ainda está em desenvolvimento. Ela é difícil porque, como em toda avaliação, os instrumentos elaborados não são neutros. Eles constituem filtros por meio dos quais as formações são avaliadas. Eles supõem hipóteses sobre os conhecimentos e as competências esperadas de uma tal formação, de maneira que as metodologias para “medir” estão ou não disponíveis no final da formação.

Se o objetivo for uma amostragem consistente, a coleta de dados pode ser realizada no próprio ambiente da profissão, mas poderá, no máximo, realizar uma simulação. É nesse espírito que foi desenvolvida a primeira enquête da Associação Internacional de Avaliação do Rendimento Escolar (IEA) sobre a formação de professores (TATTO et al., 2008).¹² A pesquisa sobre as relações entre os conhecimentos e as competências dos professores e a aprendizagem de seus alunos colocou, mais adiante, a questão da discriminação entre os executores e da compreensão, além da identificação, de correlações ou implicações estatísticas, dos mecanismos capazes de explicar as conexões eventualmente obtidas. Aqui, novamente, temos uma forma de pesquisa que é relativamente nova e difícil (HILL et al., 2007). Se hoje podemos esperar que a pesquisa produza resultados interessantes, é porque, como destacamos acima, a pesquisa qualitativa sobre as práticas de ensino e de seus determinantes teve progressos significativos ao longo da última década.

11 Nos Anexos, apresentamos a abordagem da *lesson study*, um dispositivo de formação continuada de professores que existe no Japão e que gerou interesse assim que os resultados desse país nas avaliações internacionais TIMSS atraíram atenção para as práticas de ensino e de formação que são implementadas lá.

12 Uma descrição se encontra nos Anexos.

6. A colaboração dos diferentes atores

Todo o exposto anteriormente mostra de forma clara que o desafio de uma educação matemática de qualidade para todos necessita de uma colaboração de diversas especialidades, dos matemáticos, professores, formadores de professores e educadores, em especial. Essa colaboração não é evidente. A participação de matemáticos nas questões de educação é uma tradição antiga, pelo menos em alguns países, como foi evidenciado, por exemplo, pela história da ICMI, que comemorou seu primeiro centenário em 2008.¹³ A Comissão foi criada no quarto Congresso Internacional de Matemáticos, que aconteceu em Roma, em 1908, e seu primeiro presidente foi o grande matemático alemão Felix Klein. Ele é o autor de obras célebres da série “Matemática elementar de um ponto de vista superior”, destinada aos professores e com o objetivo de superar as descontinuidades existentes, já naquela época, entre a matemática universitária e a matemática da escola secundária. Durante um século, a ICMI se colocou como interface da matemática com a educação matemática, buscando reforçar as cooperações, no que obteve vários sucessos (ARTIGUE, 2009). Ainda hoje, resta muito a fazer. Dois desafios nos parecem merecer destaque particular: um compromisso mais amplo de matemáticos com o reconhecimento desse compromisso, por um lado, e uma melhor colaboração entre matemáticos, educadores, professores e formadores, por outro lado. Esses desafios são particularmente delicados em muitos países em desenvolvimento que acumulam diversas dificuldades: um número muito limitado de matemáticos que já lidam com grandes responsabilidades e demandas, mas um grande número de estudantes e professores relacionados *a priori*, sem uma tradição comparável àquela mencionada acima.

Todo o exposto anteriormente mostra de forma clara que o desafio de uma educação matemática de qualidade para todos necessita de uma colaboração de diversas especialidades, dos matemáticos, professores, formadores de professores e educadores, em especial.

13 Cf. informação no site histórico da ICMI, disponível em: <<http://www.icmihistory.unito.it/>>.

6.1 Um maior compromisso e um melhor reconhecimento dos matemáticos

Como temos destacado, em muitos países, existe uma tradição de compromisso dos matemáticos em relação às questões relativas à educação primária e secundária, e também à formação de professores, mas, com frequência, a energia destes últimos é concentrada na identificação e no acompanhamento de futuros talentos matemáticos. Prova disso é o seu envolvimento na organização de diversas competições matemáticas, especialmente as Olimpíadas de Matemática. Essa escolha é compreensível, mas o sucesso de uma educação de qualidade para todos necessita de um compromisso mais amplo por parte dos matemáticos, passando a se dirigir a um público menos especializado e de outras formas, além da organização de competições. Atualmente, existem vários exemplos de tais iniciativas, o que levou a ICMI a lançar um estudo intitulado “Challenging Mathematics in and Beyond the Classroom” (BARBEAU; TAYLOR, 2009). Apresentamos alguns exemplos nos Anexos, mas eles não dão conta da riqueza e da diversidade das ações existentes, em que matemáticos contribuem ou podem contribuir para a educação matemática de qualidade para todos. No entanto, esse compromisso dos matemáticos é mais frequente no âmbito pessoal e é pouco valorizado e pouco encorajado institucionalmente. Para que ocorra o contrário, teríamos de romper com um sistema no qual apenas a produtividade como pesquisador é valorizada profissionalmente, o que infelizmente é o caso geral. Essa situação é problemática de forma particular para jovens matemáticos, que ainda são especialmente capazes de mostrar aos alunos que a matemática é uma ciência viva.

6.2 Uma melhor colaboração entre comunidades

Uma melhor colaboração entre as diferentes comunidades encarregadas das questões da educação, particularmente as de matemáticos, de professores e de educadores.

O segundo desafio é o de uma melhor colaboração entre as diferentes comunidades encarregadas das questões da educação, particularmente as de matemáticos, de professores e de educadores. Desse ponto de vista, no decurso das últimas décadas, o desenvolvimento e a institucionalização da didática como campo de pesquisa acadêmica, com base, entre outras, nas desilusões causadas pelo período da matemática moderna, modificaram os equilíbrios tradicionais. Durante a última década, em alguns países, a insatisfação sentida em relação à qualidade do ensino da matemática tem levado à desconfiança, ou até mesmo à rejeição de uma pesquisa, cujas ideias, deixando de ser verdadeiramente implementadas nas práticas, se refletiram em vários documentos curriculares. Esse estado de fatos é particularmente verdade nos países em que matemáticos e

pesquisadores de educação trabalham em instituições separadas e pouco colaboram, incluindo aí a formação de professores. Essa situação nos parece profundamente prejudicial para o ensino de matemática. Ela ainda não é inevitável e, portanto, é importante difundir mais os sucessos nessa área e torná-los uma fonte de inspiração.¹⁴

14 Nos Anexos, apresentamos alguns exemplos: o dos Institutos de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática (*Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – IREM*), na França, e o do *Park City Mathematics Institute*, nos Estados Unidos.

7. Organizar as complementaridades entre educação formal e não formal

Temos insistido sobre a necessidade de o ensino de matemática na educação básica ser um ensino estimulante, o da matemática viva, em conexão com o mundo em que os alunos vivem e com os problemas que se colocam atualmente para a humanidade. Também fizemos referência a realizações que parecem mostrar que isso é possível de se realizar sob diferentes formas, em função das escolhas feitas e dos contextos sociais e culturais. Porém, dentro da estrutura organizacional escolar usual, à qual muitas vezes se combina uma forte compartimentalização de disciplinas, não é possível se conseguir tudo. Assim, é importante administrar, nas instituições escolares, espaços livres para atividades abertas que obedeçam a outra temporalidade e a outra gestão educacional da escola. Também é importante se apoiar nas inúmeras possibilidades de aprendizagem que são oferecidas atualmente aos jovens, além do espaço escolar. Esse ainda é um desafio, porque, se as realizações existem, no momento elas atingem uma proporção muito limitada dos alunos na escola básica. O 15º “Estudo ICMI”, já citado, fornece uma ideia das múltiplas realizações existentes, organizando-as em 16 categorias diferentes e ilustrando cada categoria com exemplos precisos. Como se trata de um texto produzido para a UNESCO, parece-nos ainda importante mencionar de maneira especial a exposição itinerante *Por Que Matemática? (Pourquoi les Mathématiques?)* da Organização, cujas três versões percorrem o mundo desde 2005. Agora, ela é a cópia de uma exposição virtual, e suas apresentações geralmente são acompanhadas de eventos matemáticos diversos, que atraem não apenas estudantes, mas também um público muito mais amplo.¹⁵

15 O site da exposição fornece informações detalhadas sobre ela, bem como a possibilidade de baixar a exposição virtual interativa, que existe em quatro línguas: francês, inglês, espanhol e português. Disponível em: <<http://www.mathex.org/MathExpo/>>.

8. O controle e a regulação dos desenvolvimentos

Realizar a ambição de uma educação de qualidade para todos implica desenvolvimentos inegáveis, e devemos pensar sobre esses desenvolvimentos em muitas realizações experimentais. O fato é que os testes de transformação em grande escala, mesmo quando são fundamentados em experimentos anteriores, muitas vezes são decepcionantes. O controle e a regulação das evoluções de sistemas educacionais são uma iniciativa particularmente delicada. Na falta de fornecer orientações seguras para o futuro, a análise da experiência do passado mostra que seria bom, pelo menos, evitar a repetição de erros.

Falamos de alguns casos na sequência, com especial atenção para os países em desenvolvimento. Uma crítica severa, mas útil, da forma como muitas vezes foram conduzidas as reformas curriculares em matemática nos países em processo de desenvolvimento, por iniciativa ou com apoio de agências internacionais, é conduzida, por exemplo, por Bienvenido F. Nebres (NEBRES, 2009)¹⁶, nas Filipinas. Em sua obra, o autor descreve a reforma constituída por quatro fases: aporte de uma nova abordagem de ensino, resultado de uma teoria elaborada no Ocidente (matemática moderna, *back to basis*, resolução de problemas, construtivismo etc.); desenvolvimento de manuais e recursos a partir dessas abordagens; estudos-piloto de pequena escala em contextos particulares, com resultados sempre positivos; e realização em escala nacional. A realização é acompanhada por uma formação de professores que segue o modelo dito “em cascata”, com uma formação substancial em níveis mais elevados, mas reduzida em geral a duas ou três semanas, quando se chega ao nível dos professores encarregados de colocar a reforma em ação em suas turmas. O novo currículo anula o antigo, os professores devem se adaptar abruptamente ao novo sem uma formação mínima, os resultados são ruins e, alguns anos mais tarde, um novo projeto curricular é lançado para remediar a situação. Opõe-se a essa situação caricatural o ciclo de reformas curriculares no Japão, um ciclo que, segundo a sua descrição, se estende por um período de 10 a 12 anos, e atribui grande significado à regulação a partir da coleta sistemática de reações dos professores, de sua análise, da síntese e da discussão em todos os âmbitos do sistema educacional, para se pensar e decidir sobre

16 Para uma análise mais global, ver também Atweh, Clarkson e Nebres (2003).

as modificações necessárias. Nas Filipinas, foram desenvolvidas estratégias para romper com essa situação, em uma série de reformas importantes que foram implementadas depois de uma década, enquadradas no *Third Elementary Education Project*, conduzido entre 1998 e 2006 e na *Synergeia Foundation*.¹⁷ Essas análises e esses esforços, como vários outros, lançam luz sobre alguns princípios importantes para orientar tais ações. Infelizmente, eles raramente são respeitados, em se tratando de reformas conduzidas nos países em desenvolvimento, assim como em países desenvolvidos:

- *A importância de se estar de acordo com o contexto político, econômico, social e cultural* – apesar do acúmulo de contraexemplos, muitas vezes ainda persiste a ilusão de que é possível “tomar emprestado” um dispositivo, uma organização curricular que funciona em outro contexto para melhorar o seu próprio, e que, reproduzindo a organização, reproduzir-se-á aquilo que garante o resultado de sucesso. Uma adaptação bem-sucedida, quando possível, exige um trabalho de transposição fundamentado na compreensão das características e dos processos que garantam o resultado da organização considerada.
- *A importância da duração* – em matéria de educação, a experiência mostra que os projetos que têm impacto substancial e durável são necessariamente projetos que exigem uma ação coerente em um período de pelo menos uma década.
- *A importância de se pensar nas mudanças, quer se tratem de mudanças curriculares ou de práticas, em termos de evolução a partir do que existe e não de revolução* – em particular, os desenvolvimentos nas práticas devem ser pensados em termos de dinâmicas de evolução e prever o acompanhamento de tais dinâmicas, seguindo modelos que não sejam os ditos “em cascata”, por uma duração suficiente. O trabalho com os professores em exercício e a formação dos recursos humanos no âmbito local são cruciais para desenvolver essas dinâmicas e para que as mudanças alcançadas persistam além do período de apoio institucional.
- *A importância de se romper com as mudanças impostas de cima para baixo e fornecer um equilíbrio justo entre os impulsos institucionais e as contribuições dos atores na área* – em outras palavras, equilibrar, na concepção e na gestão das mudanças, os processos *top-down* (de cima para baixo) e *bottom-up* (de baixo para cima); nesse contexto, é importante envolver o máximo possível as comunidades, além do contexto escolar, nas mudanças.

17 Essas estratégias e seus efeitos positivos estão detalhados na obra de Nebres (2009). Completamos essa informação no Anexo disponibilizado por Merle C. Tan, diretora do Instituto Nacional de Ciência e Desenvolvimento da Educação Matemática, da Universidade das Filipinas. As ações lá descritas se destinam, hoje, a ir além do desenvolvimento de uma educação matemática de qualidade para todos, atendendo às necessidades descritas no documento. Esses esforços são sustentados por colaborações internacionais, como a participação no *Learners' Perspective Study*.

- *A importância de se implementar processos de avaliação e de regulação – os efeitos de uma ação sobre um sistema de ensino raramente são aqueles que foram previstos.*
- *A importância de se preparar de forma cuidadosa as mudanças de escala e controlar seus efeitos – as realizações de pilotos experimentais são úteis, mas raramente fornecem as chaves para uma mudança de escala bem-sucedida.*

Respeitar tais princípios deve permitir mudanças substanciais e duradouras, bem como evitar os fenômenos de pêndulo aos quais infelizmente os sistemas educacionais muitas vezes são submetidos.

9. O desafio tecnológico

Desde o início desta publicação, sublinhamos que uma educação de qualidade para todos, hoje em dia, não pode ser obtida sem que se considere a dimensão tecnológica. Insistimos, principalmente, no fato de que a noção de letramento matemático deve levar em conta os meios tecnológicos que são instrumentais para as práticas sociais atuais e, em particular, tratando-se do ensino básico, as práticas de cálculo. Evocamos também a ampliação do acesso a dados e dos meios de representação, da interação das representações produzidas pelas tecnologias digitais, e a forma como a evolução tecnológica influenciou o próprio desenvolvimento da matemática, em particular por meio das interações da matemática com a informática.

Uma educação de qualidade para todos, hoje em dia, não pode ser obtida sem que se considere a dimensão tecnológica.

Isso representa apenas uma pequena parte do que constitui atualmente o desafio tecnológico, e gostaríamos de completar esse aspecto salientando as mudanças provocadas pela evolução tecnológica em matéria de formação, colaboração e intercâmbio, no acesso aos recursos educacionais e na produção destes. Inicialmente, a discussão sobre as potencialidades da tecnologia no ensino da matemática se centrou no uso das calculadoras ou de programas informáticos, concebidos para fins educativos ou profissionais, e convertidos em instrumentos educacionais, tais como programas computacionais de álgebra ou folhas de cálculo. Esse fenômeno é visível, por exemplo, no primeiro "Estudo ICMI" sobre esse tema, cuja segunda edição foi publicada pela UNESCO em 1992 (CORNU; RALSTON, 1992). No ensino básico, trata-se, principalmente, de calculadoras, folhas de cálculo e programas de geometria dinâmica, bem como micromundos, tais como o *Logo*. Como foi mostrado no segundo "Estudo ICMI" sobre esse tema (HOYLES; LAGRANGE, 2009), as novas tecnologias inegavelmente enriqueceram as possibilidades de experimentação, visualização e simulação, e modificaram a relação com os cálculos e com as figuras geométricas. Elas ajudaram a aproximar a matemática escolar do mundo exterior, permitindo processar dados mais complexos e problemas mais realistas, mas, apesar do potencial inegável que elas oferecem para o ensino e para a aprendizagem da matemática e das muitas realizações positivas existentes, o seu efeito permaneceu muito limitado, mesmo em sistemas educacionais que promoveram fortemente o seu uso. Os trabalhos recentes sobre práticas de professores em ambientes de tecnologia da informação começam a fornecer elementos para

que se compreenda essa situação de fato e para que sejam consideradas ações de formação realmente adaptadas às necessidades, mas a questão de uma utilização eficaz e generalizada dessas tecnologias na educação básica de matemática ainda permanece por ser resolvida.

Da recente evolução associada ao desenvolvimento de ferramentas colaborativas de aprendizagem, à internet e às tecnologias móveis, surgem oportunidades e efeitos de natureza diferente: a possibilidade de apoiar, por meio da tecnologia, formas colaborativas de aprendizagem matemática para os alunos; o acesso *online* livre e gratuito a uma variedade de recursos na internet; novas organizações possíveis para a educação a distância; o suporte para a produção colaborativa e o compartilhamento de recursos; o apoio ao surgimento de comunidades de professores e pesquisadores; o suporte a atividades em rede e de trocas remotas entre alunos e professores. Como mostra o já citado segundo “Estudo ICMI” (HOYLES; LAGRANGE, 2009), novas possibilidades se abrem assim para a aprendizagem, para facilitar o acesso aos recursos e à formação, para combater o isolamento, promover a divulgação de ideias e inovações, e para dar vida aos valores da solidariedade, que são os da UNESCO. Esse é um aspecto que parece especialmente

promissor para todos, em particular nos países em vias de desenvolvimento. É particularmente importante aproveitar essas oportunidades para o ensino da matemática, ainda mais porque a integração delas não coloca as mesmas dificuldades que as tecnologias acima mencionadas, uma vez que não afetam a prática de forma semelhante.

Uma educação matemática de qualidade para todos não pode ser alcançada sem a produção de recursos de qualidade: recursos para os alunos e recursos para os professores.

Gostaríamos de associar essa questão da tecnologia à dos recursos para o ensino. Uma educação matemática de qualidade para todos não pode ser alcançada sem a produção de recursos de qualidade: recursos para os alunos e recursos para os professores. As dificuldades recorrentes encontradas na difusão de conhecimentos sobre ensino e aprendizagem, bem como na difusão das inovações, colocam em causa a concepção tanto dos recursos como dos processos de difusão. Destacamos na Seção 3 os problemas colocados pelos recursos destinados a apoiar as mudanças necessárias nas práticas, mas que estão muito distantes da prática habitual para estar dentro da “zona de desenvolvimento proximal” dos usuários pretendidos. Outro problema reside no fato de que os recursos existentes muitas vezes são recursos que

não foram pensados em função do trabalho dos professores, necessários à adaptação ao seu contexto particular de ensino, ou que os professores não estão preparados de forma eficaz para esse trabalho.

Efetivamente, hoje em dia temos um conhecimento muito insuficiente sobre as práticas documentais dos professores, o que não permite orientar a formação de forma satisfatória. Todavia, pesquisas emergentes nessa área (GUEUDET; TROUCHE, 2009) mostram mudanças

rápidas ocasionadas pelas evoluções tecnológicas, notadamente com a difusão de recursos disponíveis *online*, com apoio e incentivos ao trabalho colaborativo.¹⁸ Inegavelmente, existem novas possibilidades para a concepção e para a divulgação dos recursos e, da mesma forma, requisitos de formação diferentes para os professores.

18 Apresentamos nos Anexos o caso da *Association Sesamath*, que nos parece ilustrativa dos atuais desenvolvimentos a partir desse ponto de vista.

10. As colaborações



desafio de uma educação matemática de qualidade para todos não será superado sem o reforço das colaborações. Quando se pensa em colaboração, tradicionalmente se pensa na colaboração Norte-Sul. Essas colaborações são efetivamente essenciais, e no que diz respeito à matemática e ao seu ensino, elas são inúmeras. Enquanto isso, queremos destacar aqui a importância que ainda existe de realizar acordos mais fortes em matéria de educação matemática junto às colaborações regionais. Como já temos destacado, o ensino da matemática é ancorado nos contextos e nas culturas. Com isso, as melhorias desse ensino devem necessariamente se combinar com esses contextos e culturas. Isso ocorre porque o quadro de colaborações regionais exerce um papel essencial nesse processo. A ICMI, por exemplo, tem se dotado progressivamente de estruturas regionais. A primeira delas, a CIAEM¹⁹, tem criado estruturas regionais na América Latina desde 1962; a SEACME a seguiu no Sudeste Asiático desde 1976, e depois se ampliou, em 1998, para se tornar a EARCOME²⁰; as duas últimas estruturas criadas são a AFRICME²¹, na África anglófona, e a EMF, o Espaço Matemático Francófono, uma outra forma, nesse último caso, linguística, de beneficiar aproximações culturais e estimular a solidariedade entre centros e periferias. A reflexão sobre as melhores maneiras de mobilizar as solidariedades regionais e internacionais é analisada com detalhes no documento DCSG (2009), no que diz respeito à África.²² Neste documento, a ênfase é colocada sobre a complementaridade entre os diferentes tipos de colaboração, sobre a importância de constituir redes e de prover os estudantes e pesquisadores africanos de meios para trazer em âmbito regional os recursos suficientes, se desejamos limitar a “fuga de cérebros”. Como dissemos acima, este documento insiste nas novas possibilidades que a evolução tecnológica nos oferece atualmente para realizar tais objetivos.

19 Comissão Interamericana de Educação Matemática.

20 SEACME: *South East Asia Conference on Mathematics Education*; EARCOME: *East Asia Regional Conference in Mathematics Education*.

21 *Africa Regional Congress of ICMI on Mathematical Education*.

22 Fazemos referência igualmente ao relatório de síntese da Conferência de Oslo, já mencionado, que também destaca o interesse das colaborações regionais, citando notadamente as que dizem respeito à matemática, a *Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA)* e a *African Mathematical Millennium Science Initiative (AMMSI)* para a África, disponível em: <<http://www.dnva.no/c26889/binfil/download.php?tid=27685>>; assim como o papel exercido pelas estruturas apoiadas pela UNESCO, como o *International Centre for Theoretical Physics (ICTP)* e o *Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA)*, cuja ação em andamento no Camboja é apresentada nos Anexos.

II. O desafio da diversidade

As diferentes formas de diversidade constituem um desafio para o ensino da matemática de qualidade para todos, notadamente a diversidade socioeconômica, cultural, linguística e de gênero.

Sem subestimar a multiplicidade dessas formas, nem os efeitos das suas interações, a seguir, vamos nos concentrar nas questões de linguagem e nas questões de gênero. Nesta publicação, também temos salientado várias vezes a importância atribuída às diferenças de contexto e de cultura. O campo da *etnomatemática* (D'AMBROSIO, 2008) tem contribuído de forma significativa para a conscientização sobre as questões da diversidade cultural e suas implicações educacionais na matemática. Parece-nos importante sublinhar que essas são questões que requerem um tratamento delicado. A atenção conferida à diversidade cultural não deve levar ao isolamento. É importante fazer com que os estudantes entendam como a matemática, por seu valor universal, pode, entre as outras ciências, desempenhar um papel especial para aproximar os indivíduos e as culturas, para permitir a compreensão mútua e a colaboração.

A atenção conferida à diversidade cultural não deve levar ao isolamento. É importante fazer com que os estudantes entendam como a matemática, por seu valor universal, pode, entre as outras ciências, desempenhar um papel especial para aproximar os indivíduos e as culturas, para permitir a compreensão mútua e a colaboração.

II.1 As questões linguísticas

O problema que abordamos nesta seção é o do ensino da matemática em uma língua que não é a língua materna.²³ Esse é um problema para vários países em desenvolvimento, nos quais a língua de instrução é a da colonização e onde também, com frequência, coexiste uma multiplicidade de línguas locais; por outro lado, é um problema que está longe ser exclusivo dos países em desenvolvimento, por causa do fenômeno da imigração. Essa situação torna mais difícil expressar e construir as ideias e as estruturas, bem como realizar o trabalho sobre estas, antes de as formas-padrão de expressão matemática serem

23 A UNESCO já afirmou sua posição a propósito dessas questões: ver UNESCO (1953, 2003).

acessíveis e utilizáveis. Esse desafio tem, portanto, um impacto especial nos primeiros anos de escolaridade, e é importante que os sistemas educacionais e os professores estejam cientes disso. No entanto, é uma questão delicada, pois é importante considerar a diversidade linguística, e isso não deve ser feito de uma forma que dificulte a integração social. Atualmente, existe um conjunto substancial de trabalhos que ajudam na reflexão e nas decisões relativas a essa área (ver, por exemplo, SECADA, 1992; ADLER, 2001; SETATI, 2005; MOSCHKOVICH, 2007, 2009). Essa é a razão pela qual o ICMI promoveu recentemente o lançamento de um estudo sobre o tema.²⁴ Parece-nos importante acrescentar ainda que a diversidade linguística não deve ser vista apenas como uma dificuldade: ela também pode ser vista como uma fonte de enriquecimento para o ensino e a aprendizagem.

11.2 As questões de gênero

As questões de gênero são colocadas na matemática desde a escolaridade obrigatória, por causa do acesso diferenciado entre meninos e meninas na educação de base que ocorre em vários países. Quando existe igualdade no acesso à escolarização, poder-se-ia pensar que essas questões estariam resolvidas, tanto mais porque, atualmente, as meninas têm em geral um melhor aproveitamento escolar do que os meninos, e que as diferenças entre o desempenho em matemática tendem a se reduzir, pelo menos, em vários países. No entanto, essa é uma visão equivocada, porque, por um lado, as desigualdades permanecem quanto ao sucesso escolar, chegando até a ressurgir em países nos quais haviam decrescido; por outro lado, não podemos pensar sobre as questões de gênero apenas em termos de acessibilidade e de aproveitamento no ensino obrigatório. Como a experiência da matemática é vivida na escolaridade de base, também é crucial para o futuro dos alunos. Vários estudos mostram o tratamento diferenciado entre meninas e meninos na sala de aula. Eles mostram que as atividades propostas aos alunos, o modo como são conduzidas, os papéis atribuídos a uns e a outros e a forma como seus trabalhos são valorizados contribuem para essa diferenciação. A isso, soma-se o peso dos estereótipos culturais e sociais, com o resultado de que as meninas, embora com resultados iguais, têm menos confiança do que os meninos nas suas capacidades para prosseguir os estudos em matemática, e são mais propensas a excluir a matemática de suas perspectivas profissionais.

As dificuldades existentes estão bem documentadas em várias pesquisas e estudos disponíveis. Esses relatos também descrevem numerosas atividades cuja eficácia foi demonstrada (ver, por

24 O documento de discussão deste estudo (ICMI 20) está acessível no site do ICMI.

exemplo, HANNA, 1996; LEDER; FORGASZ; SOLAR, 1997; CORBETT; HILL; SANTA ROSA, 2008; LEDER; FORGASZ, 2008). É importante que os professores estejam cientes dessas questões, por meio da formação inicial e continuada.²⁵ Também é importante que as ações levadas a cabo sejam valorizadas e apoiadas institucionalmente.

25 A esse respeito, ver, por exemplo, o site da associação *Femmes et Mathématiques*, que propõe várias atividades para alunos e professores. Disponível em: <www.femmes-et-maths.fr>.

12. O desafio da pesquisa



s desafios de uma educação matemática de qualidade para todos não podem ser superados sem o desenvolvimento de novos conhecimentos por meio da pesquisa. Nas últimas décadas, os estudos em educação matemática têm se desenvolvido de forma significativa. Inicialmente, isso permitiu um melhor entendimento sobre o processo de aprendizagem dos alunos, suas dificuldades e seus obstáculos, cuja superação marca a aprendizagem, tanto das noções fundamentais da escolaridade de base como das formas de raciocínio e prova, das representações e das linguagens por meio das quais os objetos matemáticos são alcançados. Também permitiu uma melhor compreensão sobre o funcionamento dos sistemas didáticos, as transposições do conhecimento matemático que neles ocorrem, as interações que neles se estabelecem entre os diferentes atores e os seus efeitos. Suscitou o interesse nas potencialidades para a aprendizagem oferecidas pela tecnologia e na forma como essas potencialidades são ou não integradas na prática real das aulas. Mais recentemente, tem-se centrado nos professores, nas suas convicções e crenças sobre a matemática e o seu ensino, nos seus conhecimentos e competências, e como estes se desenvolvem. Tem procurado entender a complexidade das práticas de ensino, o que determina os seus mecanismos evolutivos, e questionado a formação de professores e os seus efeitos. Tem procurado ainda compreender melhor a dimensão cultural do ensino e da aprendizagem. Assim, foi constituído um conjunto substancial de conhecimentos, e os trabalhos regulares de reorganização e síntese dão uma ideia disso (ver, por exemplo, BISHOP et al., 1996, 2003; GUTIÉRREZ; BOERO, 2006; LESTER, 2007; além dos estudos já citados da ICMI). Contudo, esse conhecimento ainda tem um potencial limitado para conduzir as mudanças necessárias em contextos diversos, e muitas vezes difíceis e com meios muito limitados de ação, para antecipar os possíveis efeitos das escolhas educacionais realizadas, para abordar a questão das mudanças de escala. Paralelamente ao desenvolvimento de uma pesquisa fundamental, que visa a identificar e compreender os fenômenos, devem ser desenvolvidos mais estudos com foco na ação didática, e que têm os elementos do contexto e da mudança de escala como uma questão central. Desse ponto de vista, o interesse renovado em pesquisas centradas no projeto/design é certamente encorajador (DESIGN-BASED COLLABORATIVE RESEARCH, 2003).

Contudo, destaca-se que a complexidade das questões relativas à educação faz com que uma investigação como a pesquisa didática não permita senão uma abordagem parcial, bem como não possa pretender orientar as mudanças necessárias.

É importante favorecer a interação com outros campos de investigação relacionados com o ensino e a aprendizagem de modo geral; da mesma forma, é importante analisar o presente e pensar no futuro à luz de uma perspectiva histórica, quer se trate da história da matemática ou da história da educação.

Resumo



ferecer uma educação matemática de qualidade para todos na educação de base é um desafio ambicioso, cujo sucesso, para além da generalização do acesso à escolaridade básica, passa pela capacidade dos países de formar e reter um número suficiente de professores qualificados. Formar professores qualificados significa treinar professores capazes de ensinar matemática de uma maneira estimulante, que faça ver a matemática tanto como uma ciência viva e ancorada na história como uma ciência em sintonia com o mundo e capaz de ajudar a resolver seus problemas e aproximar as pessoas por seus valores universais. Também consiste em assegurar que a matemática seja percebida como uma ciência acessível a todos e que pode fornecer, a cada um, inesperados meios de compreensão e de ação. Significa não considerar esse ensino como um ensino isolado, mas organizar as suas relações com as outras disciplinas, especialmente as científicas. Tal projeto somente será possível se for capaz de organizar a colaboração de todos, matemáticos, professores, formadores, educadores, especialistas e docentes de outras disciplinas, decisores políticos, que devem trabalhar juntos para enfrentar esse desafio, bem como reforçar a colaboração e a solidariedade nos planos internacional e regional. Para esse fim, há um potencial real, incluindo as regiões mais desfavorecidas. Além disso, também existem várias ações a ser desenvolvidas em diferentes contextos, seja do ponto de vista econômico ou social e cultural, que podem ser fontes de inspiração para as políticas a ser implementadas. É necessário analisá-las, avaliar os seus efeitos, procurar identificar as condições e os processos que as moldaram em suas possibilidades e limitações, com a consciência de que não podemos pensar em soluções para os problemas da educação sem considerar seriamente as características contextuais.

Também consiste em assegurar que a matemática seja percebida como uma ciência acessível a todos e que pode fornecer, a cada um, inesperados meios de compreensão e de ação.

Atualmente, a evolução tecnológica abre novas oportunidades para superar esse desafio, e é absolutamente necessário tirar proveito dela. No entanto, nenhuma ação terá resultados substanciais e duradouros se a importância do ensino de qualidade da matemática e da ciência não for reconhecida como uma prioridade no plano político, com tudo o que isso implica, inclusive sobre a formação inicial e continuada, o *status* e as condições de trabalho dos professores.

Referências

ADLER, J. *Teaching Mathematics in MULTILINGUAL Classrooms*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

ADLER, J. et al. *Mathematics Teacher Education: trends across twelve African countries*. Johannesburg: Marang Centre for Mathematics and Science Education, University of the Witwatersrand, 2007.

ARTIGUE, M. ICMI: a century at the interface between mathematics and mathematics education. In: MENGHINI, M. et al. (Eds.). *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008): reflecting and shaping the world of mathematics education*. Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, 2009. p. 185-198.

ATWEH, B.; CLARKSON, P.; NEBRES, B. Mathematics education in international and global contexts. In: BISHOP, A. J. et al. (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 185-232.

BALL, D. L.; HILL, H. C.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: who knows mathematics well enough for teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, v. 29, n. 3, p. 14-17, 20-22, 23-46, 2005.

BARBEAU, E. J.; TAYLOR, P. J. (Eds.). *Challenging Mathematics in and beyond the classroom: the 16th ICMI study*. New York: Springer Science, 2009.

BISHOP, A. J. et al. (Eds.). *International handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

BISHOP, A. J. et al. (Eds.). *Second international handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003.

BLUM, W. et al. (Eds.). *Modelling and applications in Mathematics Education: the 14th ICMI study*. New York: Springer Science, 2007.

BRONZINA, L.; CHEMELLO, G.; AGRASAR, M. *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Paris: Oficina Regional de la Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe, Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de Educación, 2009.

BROUSSEAU, G. *Theory of didactical situations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers 1997.

CLARKE, D.; KEITEL, C.; YOSHINORI, S. (Eds.). *Mathematics classrooms in twelve countries: the insider's perspective*. Rotterdam: Sense Publishers, 2006.

CLARKE, D. et al. (Eds.). *Making connections: comparing Mathematics classrooms around the world*. Rotterdam: Sense Publishers, 2006.

- COMMISSION EUROPÉENNE. *L'enseignement scientifique aujourd'hui: une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Luxembourg: Office des publications officielles des communautés européennes, 2007.
- CORBETT, C.; HILL, C.; ST. ROSE, A. *Where the girls are: the facts about gender equity in education*. Washington, DC: American Association of University Women (AAUW), 2008.
- CORNU, B.; RALSTON, A (Eds.). *The influence of computers and informatics on Mathematics and its teaching*. Paris: UNESCO, 1992. (Science and Technology Education: document series, 44).
- D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa: Cideccyt, 2008.
- DESIGN-BASED RESEARCH COLLABORATIVE. Design-based research: an emerging paradigm for educational enquiry. *Educational Researcher*, v. 32, n. 1, p. 5-8, 2003.
- DEVELOPING COUNTRIES STRATEGIES GROUP. *Mathematics in Africa: challenges and opportunities; a report to the John Templeton Foundation*. International Mathematical Union, 2009. Disponível em: <<http://www.mathunion.org/publications/reports-recommendations>>.
- ERNEST, P. *Social constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany, NY: SUNY Press, 1998.
- EVEN, R.; BALL, D. (Eds.). *The professional education and development of teachers of Mathematics: the 15th ICMI study*. New York: Springer Science, 2009.
- FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. (Eds.). *History in Mathematics Education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- FRANKE, M.; KAZEMI, E.; BATTEY, D. Understanding teaching and classroom practices in Mathematics. In: LESTER, F. (Eds.). *Second handbook of research on Mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc., 2007. p. 225-256.
- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2009.
- GUTTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Eds.). *Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2006.
- HANNA, G. (Eds.). *Towards Gender Equity in Mathematics Education: an ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- HILL, H. C. et al. Assessing teachers' Mathematics knowledge: what knowledge matters and what evidence counts? In: LESTER, F. (Eds.). *Second handbook of research on Mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc., 2007. p. 111-156.
- HOLTON, D. (Eds.). Recruitment, entrance and retention of students to University Mathematics Studies in different countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 40, n. 1, special issue, 2009.
- HOYLES, C.; LAGRANGE, J. B. (Eds.). *Mathematics Education and technology: rethinking the terrain*. New York: Springer Verlag, 2009.

- KAHANE, J. P. (Ed.). *L'enseignement des sciences mathématiques*. Paris: Odile Jacob, 2001.
- KAISER, G.; LUNA, E.; HUNTLEY, I. (Ed.). *International comparison in mathematics education*. London: Falmer Press, 1999.
- KEITEL, C. On behalf of Survey Team 5: the shaping of mathematics education through testing. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 10. *Proceedings...* Edited by M. Niss. Denmark: Roskilde University, 2008. p. 205-227.
- KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. *Adding it up: helping children learn Mathematics*. Washington DC: National Academic Press, 2001.
- KRAINER, K.; WOOD, T. *Participants in Mathematics Teacher Education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.
- LEDER, G.; FORGASZ, H. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education*, v. 40, n. 5, special issue on gender, 2008.
- LEDER, G. C.; FORGASZ, H. J.; SOLAR, C. Research and intervention programs in Mathematics education: a gendered issue. In: BISHOP, A. J. et al. (Eds.). *International handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 945-986.
- LESTER, F. (Ed.). *Second handbook of research on Mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing, Inc., 2007.
- LEUNG, F.; GRAF, K. D.; LOPEZ-REAL, F. (Eds.). *Mathematics education in different cultural traditions: a comparative study of East Asia and the West; the 13th ICMI study*. New York: Springer Science, 2006.
- LOVÁSZ, L. Trends in Mathematics, and how they could change education? In: CONFÉRENCE EUROPÉENNE LE FUTUR DE L'ÉDUCATION MATHÉMATIQUE EN EUROPE. Lisbon, Dec. 2007. 2007. Disponível em: <<http://www.cs.elte.hu/~lovasz/lisbon.pdf>>.
- MA, L. *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 1999.
- MOSCHKOVICH, J. N. *Using two languages when learning Mathematics: how can research help us understand mathematics learners who use two languages?* National Council of Teachers of Mathematics, 2009. (Research brief). Disponível em: <http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Brefs/Research_brief_12_Using_2.pdf>.
- MOSCHKOVICH, J. N. Using two languages while learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, n. 2, p. 121-144, 2007.
- MULLIS, I. et al. *TIMSS 2007 International Mathematics Report: findings from IEA's trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grades*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2008.
- NEBRES, B. F. Centres and peripheries in mathematics education. In: MENGHINI, M. et al. (Eds.). *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008): reflecting and shaping the world of mathematics education*. Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, 2009. p. 149-162.

NISS, M. *Mathematical competences and the learning of Mathematics: the Danish KOM project*, 2003. Disponível em: <http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf>.

OCDE. *Apprendre aujourd'hui, réussir demain: premiers résultats de PISA 2003*. Paris: OCDE, 2004.

OCDE. *Compétences en sciences, lecture et mathématiques: le cadre d'évaluation de PISA 2006*. Paris: OCDE, 2006.

OCDE. *Encouraging students interest in Science and Technology studies*. Paris: OCDE, 2008.

OCDE. *Mesurer les connaissances et compétences des élèves: un nouveau cadre d'évaluation*. Paris: OCDE, Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA), 1999.

OCDE. *Le rôle crucial des enseignants: attirer, former et retenir des enseignants de qualité; rapport final*. Paris: OCDE, 2005.

SCHOENFELD, A. H. (Ed.). *Assessing Mathematical Proficiency*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. (Mathematical Sciences Research Institute publications, 53).

SECADA, W. Race, ethnicity, social class, language and achievement in mathematics. In: GROUWS, D. A. (Ed.). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. New York: National Council of Teachers of Mathematics, Macmillan, 1992. p. 623-660.

SETATI, M. Teaching mathematics in primary multilingual classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 446-447, 2005.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SIERPINSKA, A.; LERMAN, S. Epistemologies of mathematics and mathematics education. In: BISHOP, A. J. et al. (Eds.). *International handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 827-876.

STEEN, A. L. (Ed.). *Mathematics and democracy: the case for quantitative literacy*. National Council on Education and the Disciplines, 2001.

STEVENSON, H.; STIGLER, J. *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press, 2000.

TATTO, M. T. et al. *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics; conceptual framework*. East Lansing: Teacher Education and Development International Study Center; College of Education, Michigan State University, 2008.

UNESCO. *L'éducation dans un monde multilingue: document-cadre de l'UNESCO*. Paris, 2003. Disponível em: <<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001297/129728e.pdf>>.

UNESCO. *L'emploi des langues vernaculaires dans l'enseignement: monographies sur l'éducation de base VIII*. Paris, 1953.

UNESCO. *Science Education policy-making: eleven emerging issues*. Paris, 2008.

VANDEBROUCK, F. (Ed.). *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse: Éditions Octarès, 2008.

WINSLOW, C. Définir les objectifs de l'enseignement mathématique: la dialectique matières; compétences. *Annales de sciences cognitives et didactique*, v. 10, p. 131-156, 2005.

Anexos

Nos anexos seguintes, as diferentes partes desta publicação são ilustradas por meio de alguns exemplos que não são destinados de forma alguma a abranger a diversidade das realizações existentes, mas que podem servir como fontes de inspiração. No entanto, tentamos escolher uma variedade de realizações no âmbito das questões abordadas, das escolhas realizadas e dos contextos em causa. Na atualidade, para avançar em direção a uma educação matemática de qualidade para todos, parece-nos importante fornecer meios de identificar de forma mais sistemática o que existe e analisá-lo de modo não superficial para daí tirar lições e, então, tornar essas análises amplamente disponíveis.

- Anexo 1 : Relações entre ensino da matemática e ensino científico nos programas alemães SINUS
- Anexo 2 : Quarenta anos de pesquisa sobre ensino da matemática e a matemática como uma atividade humana para todos: o Instituto Freudenthal
- Anexo 3 : Problemas e desafios do ensino da matemática: o caso das Filipinas
- Anexo 4 : A formação continuada de professores no Japão: o conceito de *lesson study*
- Anexo 5 : O aperfeiçoamento profissional dos professores de matemática no Brasil: problemas estruturais, iniciativas e esperanças
- Anexo 6 : Sistematizar os conhecimentos sobre a formação dos professores de matemática: estudo da IEA sobre a formação dos professores de matemática TEDS-M
- Anexo 7 : Pesquisa sobre a formação dos professores de matemática na África do Sul e na África Meridional
- Anexo 8 : Promover a excelência do ensino da matemática: *National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics* (NCETM)
- Anexo 9 : Por Que Matemática? Uma exposição itinerante internacional
- Anexo 10 : "Objetivos matemáticos": as Casas da Matemática no Irã

- Anexo 11 : Colaboração entre matemáticos, professores e especialistas em didática: o exemplo da rede dos IREM
- Anexo 12 : A emergência de comunidades de professores: o exemplo do projeto Sesamath
- Anexo 13 : Estimular a interação e a colaboração: *Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice*, um seminário do *Park City Mathematics Institute for Advanced Study (IAS)*, Einstein Drive, Princeton, Nova Jérsei
- Anexo 14 : A reconstrução de uma comunidade matemática no Camboja
- Anexo 15 : Lista dos participantes da reunião de especialistas

Anexo I. Relações entre ensino da matemática e ensino científico nos programas alemães SINUS

(em colaboração com Volker Ulm)^I

O documento destaca a necessidade de se melhorarem as relações entre o ensino da matemática e o ensino científico. Os programas SINUS implementados na Europa são uma boa ilustração das possibilidades que estão disponíveis nesse assunto. Também é importante mencionar que o processo de desenvolvimento em larga escala começou em 2010, com o projeto Fibonacci.

Nos últimos anos, três programas tiveram uma influência significativa no ensino da matemática e de ciências nas escolas primárias e secundárias da Alemanha: *SINUS* (1998-2003), *SINUS-Transfer* (desde 2003) e *SINUS Grundschule* (para a escola primária, desde 2004). Assim, cerca de 3 mil instituições escolares têm sido associadas a esse processo de desenvolvimento do sistema educacional, cada uma com foco em eixos específicos, tais como *cultura do exercício*, *aprendizagem cumulativa*, *aprendizagem independente*, *medidas específicas para meninas ou meninos* ou *método de trabalho científico*. Disponível em: <<http://sinus-transfer.eu>>.

Nos programas SINUS, o ensino da matemática e o ensino das ciências se inter-relacionam em diversos níveis.

I. O primeiro nível, exercícios e temas, é imediatamente evidente

No desenvolvimento de uma cultura de exercícios para o ensino da matemática, como é o caso dos programas SINUS, é predominante o lugar dado aos problemas que surgem em situações reais – especialmente na natureza. Isso requer que se compreenda a natureza e as ciências, e que se seja capaz de realizar a modelagem matemática. A ciência é, portanto, necessária para o ensino da matemática. Por outro lado, a matemática é necessária para permitir a resolução quantitativa de problemas científicos. Assim, os alunos descobrem que a

^I Volker Ulm é professor de didática da matemática, na Universidade de Augsburg, na Alemanha.

matemática e as ciências abordam o mesmo assunto, na natureza, por exemplo, por meio de abordagens diferentes e complementares.

Um dos objetivos dos programas SINUS consiste em permitir que os alunos adquiram consciência dessa complementaridade e das possíveis interações da matemática com as ciências.

Os programas SINUS contêm um módulo, "Experimentar os limites dos assuntos e abordagens interdisciplinares" ("Experiencing subject boundaries and interdisciplinary approaches"), projetado especificamente para essa finalidade.

2. O segundo nível, conceitos e metodologias didáticas, é mais complexo

Por um lado, o método científico de abordagem experimental para problemas foi transferido para a educação matemática. Os alunos são convidados a explorar situações matemáticas que lhes são apresentadas, adotando uma abordagem experimental. *Softwares* são úteis nesse caso, particularmente na geometria dinâmica. De forma ideal, podemos descrever os cenários de ensino e aprendizagem experimental como segue:

- Confronto com um fenômeno matemático.
- Exploração do problema, com ajuda de uma ferramenta, como as TIC.
- Estruturação das conclusões.
- Registro dos resultados.
- Apresentação e discussão em aula.

Durante a exploração do problema em particular, pode-se comparar o computador com um equipamento experimental nas ciências naturais. Esse conceito de *matemática experimental* facilita a aplicação das ideias didáticas e pedagógicas gerais, como a aprendizagem cooperativa, autônoma e com base em questionamentos das aulas cotidianas de matemática.

Por outro lado, os conceitos e as metodologias de ensino que tinham sido desenvolvidas originalmente para a educação matemática foram transpostos para o ensino de ciências. Por exemplo, muitas escolas participantes dos programas SINUS enfocaram sua atenção sobre a forma de se começar um exercício, a aprendizagem autônoma e cooperativa e a aquisição de conhecimentos básicos da matemática. Os professores têm aprimorado sua maneira de formular perguntas, de estruturar suas aulas e de abordar a matemática. De um ensino centrado nos professores, a ênfase se deslocou gradualmente para o trabalho dos alunos

no ambiente de aprendizagem. Como esses desenvolvimentos são relatados no âmbito do ensino e da aprendizagem, e como na Alemanha os professores de matemática muitas vezes também ensinam ciências, o impacto sobre a educação científica é necessariamente forte. Assim, os conceitos didáticos concebidos essencialmente para o ensino da matemática podem ser aplicados com sucesso para o ensino de ciências. Com efeito, no ensino de matemática e de ciências, os problemas estruturais e as necessidades de desenvolvimento são muito semelhantes, e os programas SINUS desenvolvem soluções e conceitos gerais e facilmente transponíveis.

Em projeto: o processo de desenvolvimento sistêmico dos programas SINUS nas escolas da Alemanha será estendido a escolas europeias no âmbito do programa Fibonacci. A partir de 2010, as ideias dos programas SINUS e do projeto francês Pollen para ciências foram multiplicadas e transpostas para os sistemas educacionais de pelo menos 21 países europeus.

Referências

BAPTIST, P.; RAAB, D. *Auf dem Weg zu einem veränderten Mathematikunterricht*, Z-MNU. Bayreuth, 2007.

BAPTIST, P.; ULM, V. Anregungen zu individuellen Lernwegen, Folgerungen aus den BLK-Modellversuchen SINUS und SINUS-Transfer. In: MU, Der. *Mathematikunterricht*. Seelze: Friedrich, 2005.

PRENZEL, M. et al. *Von SINUS lernen: Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Seelze: Kallmeyer, 2009.

SINUS Project. Disponível em: <<http://sinus-transfer.eu>>; <<http://www.sinus-grundschule.de>>.

ULM, V. *Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen*. Seelze: Kallmeyer, 2007.

Anexo 2. Quarenta anos de pesquisa sobre o ensino da matemática e a matemática como uma atividade humana para todos: o Instituto Freudenthal

(em colaboração com Marja van den Heuvel-Panhuizen)²

Desde o final dos anos 1960, o Instituto Freudenthal da Universidade de Utrecht (Países Baixos) conduz pesquisas sobre a melhoria do ensino da matemática. A ideia básica desse trabalho é que faz parte da responsabilidade da comunidade internacional de pensadores e pesquisadores no campo da educação matemática – entre os quais estão os membros do Instituto Freudenthal – oferecer aos alunos de todas as idades – a começar por crianças pequenas em pré-escolas – ambientes de aprendizagem mais propícios para a aquisição de competências e conceitos matemáticos. Aprender matemática é duplamente importante, não apenas para preservar a vida na Terra por meio de uma economia e de uma tecnologia sustentáveis, mas também para o interesse pessoal em se adquirir uma cultura matemática. A matemática, como a leitura e a escrita, é uma das competências humanas essenciais que permitem que os seres humanos se expressem como tal e entendam o mundo em que vivem. A *matemática como atividade humana*, ideia desenvolvida pelo Instituto Freudenthal, e a *matemática para todos*, seus objetivos fundamentais e ambiciosos, são os princípios orientadores que desde o início conduziram a pesquisa e o trabalho do Instituto sobre o ensino de matemática. Assim, nasceu uma teoria didática específica, chamada atualmente de *a educação matemática realista*, cujos marcos foram definidos por Treffers e seus colegas do antigo grupo *Wiskobas*.

A *matemática como atividade humana* designa uma abordagem do ensino da matemática que é oposta à tradicional. Ao invés de ensinar os conceitos matemáticos “prontos para assimilar”, permite que os estudantes descubram a matemática, orientando-os no processo de reinvenção. O professor tem um papel proativo e dinâmico a exercer, criando um ambiente de aprendizagem estimulante e produtivo. A *matemática para todos* visa a tornar a matemática acessível a todos os estudantes, qualquer seja o seu nível intelectual. Para alcançar esse objetivo, é necessário superar a concepção simples da matemática como uma forma de pensamento mais abstrato. Mesmo

² Marja van den Heuvel-Panhuizen é professora do ensino de matemática no Instituto Freudenthal para a Educação de Ciências e Matemática, da Universidade de Utrecht, nos Países Baixos.

alunos menos dotados podem aprender a matemática, utilizando-a para resolver problemas e se servindo de estratégias contextuais informais. A heterogeneidade dos estudantes é um desafio real para a educação. A *matemática para todos* também se dirige aos alunos mais dotados.

Os estudos realizados no Instituto Freudenthal representam uma síntese entre o conhecimento teórico, o conhecimento empírico e a experiência prática no campo do ensino e aprendizagem da matemática. Os métodos utilizados na concepção e na pesquisa, assim com a qualidade do pessoal que os aplicam, revelam uma abordagem multidisciplinar, conduzida sob perspectivas teóricas e práticas estreitamente interligadas. Muitos membros do Instituto Freudenthal são, ao mesmo tempo, pesquisadores e criadores dos programas de estudo e de *softwares*, ou ainda exercem atividades tanto como conselheiros pedagógicos ou formadores de professores. Além disso, em diversos projetos, eles trabalham em colaboração com os professores de matemática ou de outras disciplinas ministradas nas escolas. Esses projetos abrangem uma grande diversidade de contextos educacionais, da educação pré-escolar ao ensino superior; passando pelo ensino primário e pelo ensino secundário geral e profissional. Eles também se estendem aos contextos extraescolares de aprendizagem. Uma característica essencial do Instituto Freudenthal reside na escolha de uma abordagem integrada, na qual a pesquisa e o desenvolvimento, como a formação de professores e a implementação por meio do desenvolvimento profissional de professores em exercício, estão estreitamente conectados. Além disso, o Instituto Freudenthal sempre esteve em contato com os autores de livros didáticos, que eram livres para aplicar as ideias do Instituto no ensino da matemática e que, por sua vez, contribuíram para o movimento de reforma do ensino da matemática que se iniciou no decurso das últimas décadas.

1. Em 2006, o Instituto Freudenthal, que inicialmente tinha um foco exclusivo no ensino da matemática, aliou-se aos departamentos de ensino de física, química e biologia, para formar, dentro da Faculdade de Ciências da Universidade de Utrecht, o *Institute Freudenthal for Science and Mathematics Education* (Instituto Freudenthal para a Educação de Ciências e Matemática). O texto aborda o Departamento de Educação Matemática desse novo Instituto Freudenthal.
2. Os trabalhos do Instituto Freudenthal têm como objetivo final a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática. Uma aprendizagem é considerada de qualidade se os conhecimentos teóricos e práticos ensinados aos estudantes são pertinentes. Em outras palavras, os estudantes devem adquirir os conhecimentos teóricos e práticos que lhes sejam úteis no presente, mas também para o seu futuro, nos estudos e na vida profissional. Outro indicador da qualidade da aprendizagem é a eficácia da aprendizagem em termos de resultados. É importante que a aprendizagem seja transferível, bem como que os estudantes sejam capazes de aplicar os conhecimentos teóricos e práticos adquiridos para enfrentar novos problemas e situações, dentro e fora da escola. Para garantir a qualidade do ensino, é necessário

dispor de contextos pedagógicos, modelos didáticos e ferramentas que permitam alcançar um alto rendimento nas competências e nas atitudes dos estudantes em relação à matemática.

Finalmente, e mais importante, a qualidade dos professores desempenha um papel importante no ensino da matemática, tanto para a sua implementação quanto para as inovações realizadas. O primeiro aspecto está mais relacionado à formação de futuros professores, enquanto que o segundo diz mais respeito às sugestões oferecidas por professores experientes, mas ambos não estão menos interligados por isso e devem ser considerados de forma conjunta.

Se a reforma do ensino da matemática foi um grande sucesso nos Países Baixos, a julgar pelos resultados obtidos nos estudos internacionais comparativos sobre o aproveitamento dos alunos (TIMSS e PISA), note-se que esse processo ocorreu sem – ou quase sem – a intervenção direta do governo do país. De fato, a comunidade como um todo, pesquisadores e desenvolvedores de conteúdo do ensino da matemática, formadores na área de matemática e conselheiros escolares, autores de livros didáticos e inspetores escolares apoiaram a reforma e permitiram sua orquestração com os professores. Se o governo desempenhou um papel, esse foi o de financiar o dispositivo e manter a infraestrutura de ensino da matemática. Os professores e todos os outros envolvidos no processo da reforma puderam se encontrar nas conferências e trocar ideias, experiências e materiais, graças aos sites da internet e aos periódicos.

Fornecer aos membros da comunidade matemática a oportunidade de contribuir para o próprio desenvolvimento permitiu uma melhor apropriação, assim como resultou em uma relação de custo-benefício positiva. Apesar dos bons desempenhos registrados em termos de aproveitamento escolar, durante muitos anos, o governo dos Países Baixos dedicou um orçamento limitado à educação em comparação a outros países.

Esse processo de autogestão da reforma educacional não ocorre sem perigos. Por exemplo, a reforma não produziu um sistema nacional de aperfeiçoamento profissional para os professores durante a sua carreira. A esse respeito, os números apresentados no relatório “TIMSS 2007” mostram a dura realidade. O sistema de aperfeiçoamento profissional dos Países Baixos é pouco desenvolvido se comparado ao de vários outros países. Ou ainda, na ausência de tal sistema, a qualidade do ensino pode ser seriamente comprometida. Especialmente nas escolas primárias, nas quais os professores ministram todas as matérias, é indispensável que eles se beneficiem de cursos de reciclagem. Notadamente, esse é o caso da utilização de novas tecnologias para o ensino da matemática.

Sobretudo, são as tecnologias de informação e comunicação (TIC) que realmente contribuíram para promover o desenvolvimento do ensino da matemática. Com efeito, por meio da revitalização de modelos didáticos, como a sequência de números e a barra de frações, as TIC estão no centro do ensino de matemática. Além disso, as TIC permitem que os estudantes utilizem modelos próprios para as situações-problema e criem ambientes que os estimulem a propor as questões entre si, a experimentar ideias e a investigar as provas para demonstrar suas hipóteses. Ao fazê-lo, eles “fazem a matemática”. Graças a essas atividades, os alunos se tornam, mais do que tudo, atores da sua própria aprendizagem de matemática. O uso de (mini) jogos para ensinar a matemática é um exemplo disso. Os *softwares* lúdicos ajudam os alunos a alterar sua relação com a matemática e facilitam a repetição natural de exercícios, condição essencial para o domínio dos conhecimentos fundamentais da matemática. Finalmente, a tecnologia da internet e as tecnologias móveis abriram novas possibilidades de avaliação e aprendizagem a distância, e podem se constituir como meios eficazes para que os professores acessem os resultados educacionais mais recentes. Portanto, no Instituto Freudenthal, as TIC são um tema-chave para o trabalho de pesquisa e desenvolvimento no ensino da matemática. O uso das TIC para superar as barreiras geográficas fornece acesso a um campo totalmente novo de possibilidades para realizar a matemática para todos.

3. Os trabalhos conduzidos pelo Instituto Freudenthal têm atraído a atenção da comunidade internacional. Muitos colegas estrangeiros se interessam por eles. Os projetos conjuntos e os programas de cooperação foram criados dessa maneira. Desde a época de Freudenthal, o Instituto é uma comunidade de investigação aberta para o mundo, que trabalha em colaboração com pesquisadores de diversos países e recebe um fluxo constante de visitantes estrangeiros. Além de compartilhar ideias e experiências, bem como a realização de projetos conjuntos de pesquisa ou desenvolvimento, o Instituto Freudenthal coloca à disposição de outros países os materiais didáticos, tais como trajetórias longitudinais de ensino e aprendizagem, séries de modelos de aulas e minijogos com base nas TIC. Naturalmente, essa cooperação não se limita à tradução e à difusão desses materiais. De fato, os materiais pedagógicos concebidos para as escolas dos Países Baixos não são utilizáveis da mesma forma em outros países. Eles devem ser adaptados e, em particular, modificados em função da cultura do país e da sua concepção de educação. É o que ocorre nos exemplos que se seguiram ao *Realistic Mathematics Education in Transit*. O *Mathematics in Context* foi um dos grandes projetos internacionais do Instituto Freudenthal, que foi realizado pelo *Wisconsin Center for Education Research* (WCER) da Universidade de Wisconsin-Madison (*University of Wisconsin-Madison*), nos Estados Unidos. Para esse projeto, o Instituto Freudenthal desenvolveu a versão preliminar de uma coleção de livros didáticos de matemática

para estudantes norte-americanos do nível intermediário. A versão final desses livros foi desenvolvida por meio de um processo de experimentação e revisão, realizado sob a orientação de pesquisadores da Universidade de Madison.

Para mais informações, consultar os seguintes sites:

<http://info.eb.com/html/print_math_in_context.html>;

<<http://www.project2061.org/publications/textbook/mgmth/report/2context/info.htm>>;

<<http://www.marketwire.com/press-release/Encyclopaedia-Britannica-Inc-985121.html>>.

O projeto TAL, conduzido pelo Instituto Freudenthal a pedido do Ministério da Educação dos Países Baixos, visava à elaboração de trajetórias longitudinais de ensino e aprendizagem da matemática na escola primária, com o objetivo fornecer aos professores uma visão geral dos progressos da aprendizagem da matemática em diferentes classes de nível primário, assim como para assegurar a coerência do currículo. Vários países manifestaram interesse por essas trajetórias e, assim, os materiais foram traduzidos para o inglês. Isso deu origem a novos projetos.

O projeto *Count One Count All* (COCA), disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/coca/>>, foi lançado em colaboração com a Universidade da Cidade do Cabo (*University of Cape Town – UCT*) e com a Universidade Tecnológica da Península do Cabo (*Cape Peninsula University of Technology – CAPUT*). Um dos objetivos desse projeto – que foi financiado pelo *South Africa-Netherlands Research Programme on Alternatives in Development* (SANPAD) – foi o de oferecer aos professores sul-africanos um documento que descreve o caminho da aprendizagem dos números durante os primeiros anos da escola primária. Esse caminho da aprendizagem foi concebido com base no projeto TAL e em conexão ao currículo oficial do país (*South African National Curriculum Statement*).

Além disso, uma editora mexicana de livros didáticos está trabalhando em uma versão do TAL em espanhol, que inclusive já é usada para o desenvolvimento profissional de professores na Argentina, disponível em: <http://www.fi.uu.nl/nl/Poster_TAL-Alta-final.pdf>.

Outro exemplo do *Realistic Mathematics Education in Transit* é desenvolvido por um instituto indonésio de desenvolvimento, o *Development Institute of Pendidikan Matematika Realistik Indonesia*, disponível em: <<http://www.pmri.or.id/>>. A principal missão do IP-PMRI consiste em melhorar a qualidade do ensino da matemática na Indonésia, por meio da implementação de uma versão local da educação matemática realista. No âmbito do projeto DO-PMRI, o IP-PMRI estuda, em colaboração com o Instituto Freudenthal, o APS e o Ministério da Educação da Indonésia, uma abordagem participativa que visa a melhorar a qualidade dos professores de matemática, fornecendo-lhes ferramentas e metodologias pedagógicas suscetíveis de dar aos estudantes indonésios mais chances de apreciar e entender a matemática.

Um último exemplo de projeto realizado fora do território dos Países Baixos é o projeto Th!nklets, que lida com minijogos para os ensinos primário e secundário. Esses minijogos podem ser baixados gratuitamente, disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/thinklets/>>, e são muito populares, especialmente entre as crianças de 8 a 12 anos. Atualmente, o Instituto Freudenthal trabalha na adaptação desses minijogos, para que possam funcionar nos computadores portáteis XO.

Para mais informações sobre as atividades do Instituto Freudenthal, consultar o site: <<http://www.fi.uu.nl/nl/brochureFlsme.pdf>>.

Anexo 3. Problemas e desafios do ensino da matemática: o caso das Filipinas

(em colaboração com Merle C.Tan)³

O caso das Filipinas é mencionado neste documento (Seção 8), e são mencionados projetos importantes relativos ao ensino de matemática no país. Este Anexo traz informações complementares sobre o contexto filipino e apresenta os esforços empreendidos atualmente para enfrentar o desafio de uma educação matemática de qualidade para todos e promover práticas pedagógicas mais estimulantes.

As Filipinas têm orgulho de contar com cidadãos nacionais entre os premiados de grandes competições internacionais de matemática. Além disso, numerosos cientistas, engenheiros e matemáticos filipinos realizaram as provas de sua competência no exterior. Contudo, é desolador constatar os desempenhos, decepcionantes em âmbito global, registrados pelos alunos filipinos nos estudos nacionais e internacionais de avaliação em matemática. Foram apresentadas várias razões para explicar essa situação.

Uma primeira razão se refere ao programa curricular de dez anos da educação básica, que é qualificada como sobrecarregada. Os temas e as competências, que são tratados durante o período de 12 anos em outros países, são cobertos no país em apenas dez anos. A matriz de conteúdos é sacrificada em benefício de uma cobertura expandida. Além disso, esse programa é o mesmo em todo o território e, então, a taxa de abandono é alta, prova de que ele não atende às necessidades de estudantes de comunidades diferentes. Segundo um estudo do UP NISMED, essa é uma das razões para o fraco nível dos estudantes filipinos em ciências e em matemática.

A isso, acrescenta-se uma falta de instituições qualificadas em matemática, em particular no nível elementar, no qual é oferecida uma formação generalista. Por outro lado, os professores de matemática mais experientes de melhores estabelecimentos públicos e privados deixam o país, quando já não o deixaram. Além disso, os professores da escola secundária especializados em matemática escolheram outra vida profissional e se inscreveram para seguir uma formação superior na carreira de pesquisa ou da administração e fiscalização.

3 Merle C.Tan é diretora do Instituto Nacional para o Desenvolvimento da Educação em Ciência e Matemática da Universidade das Filipinas (UP NISMED), em Manila.

O ensino da matemática permanece centrado nos professores. Preocupados em terminar o programa dentro do prazo e confrontados com classes numerosas, os professores tendem a adotar uma pedagogia orientada pela transmissão, em vez de permitir que os alunos realizem exercícios práticos, úteis e estimulantes. Eles se apoiam em livros, mas são incapazes de detectar os erros. Apesar de as pesquisas mostrarem que as crianças aprendem melhor quando o ensino lhes é fornecido na sua língua materna, a matemática é ensinada a elas em inglês, mesmo no primeiro ano. Suas dificuldades para compreender os conceitos decorrem de suas dificuldades para entender o inglês, que é uma língua estrangeira para muitos alunos de diferentes comunidades.

Com a intenção de desenvolver o espírito crítico dos alunos filipinos e suas atitudes em utilizar seus conhecimentos matemáticos para gerar e difundir ideias novas, tomar decisões sensatas para melhorar a qualidade de suas vidas e contribuir para criar uma sociedade justa e humana, o governo filipino lançou um programa de reforma da educação básica. A meta claramente consiste em estabelecer um currículo de matemática integrado e em espiral e dar ênfase a uma abordagem de ensino evolutivo e com base em trabalhos práticos, com a elaboração de normas para um ensino de matemática eficaz e com a aplicação progressiva de desenvolvimento profissional dos professores. O programa de formação inicial foi revisado e, desde então, contém mais módulos orientados para o conteúdo e a pedagogia. Ademais, o envolvimento da comunidade na gestão e na responsabilidade da educação foi institucionalizado; a ênfase foi colocada nas atitudes pedagógicas associadas à aprendizagem das crianças, mais do que sobre o acúmulo de títulos e diplomas desde a formação preparatória, a contratação e a inspeção; e as infraestruturas escolares que utilizam tecnologias adequadas e de baixo custo foram modernizadas.

O UP NISMED, como centro nacional para a pesquisa e a inovação, exerce um papel de liderança na melhoria da qualidade de ensino da matemática, participando do estudo sobre a forma de aprendizagem dos alunos, o *Learner's Perspective Study*, já mencionado neste documento, promovendo diferentes formas de avaliação e desenvolvendo materiais escolares apoiados pela tecnologia. Esses esforços contribuirão para melhorar o estado de espírito dos professores e dos estudantes, para que eles não digam mais “eu sei”, mas sim “eu sei como aprender”, e para que eles aprendam a exercer seu senso crítico para se tornar cidadãos produtivos.

Anexo 4. A formação continuada de professores no Japão: o conceito de *lesson study*

O conceito de *estudo coletivo em uma aula* – ou *jugyokenkyu*, em japonês, difundido sob a denominação de *lesson study*, significa um modelo de desenvolvimento profissional dos professores que existe há muito tempo no Japão, sobre o qual o estudo internacional TIMSS chamou atenção. O *lesson study* constitui uma forma particular de estudo dentro da escola, o *konaikenshu*, considerado como parte integrante do trabalho do professor.

O objetivo desse modelo está na elaboração coletiva, por um grupo de professores, de uma aula com os objetivos gerais e específicos definidos de forma cuidadosa a partir de um estudo aprofundado dos documentos curriculares, e levando em conta os objetivos de longo prazo da aprendizagem dos alunos. A preparação leva ao desenvolvimento de um plano detalhado da aula prevista, que inclui previsões sobre o comportamento dos alunos e possibilidades de suas trajetórias de aprendizagem, bem como indica de forma precisa os pontos que se deseja destacar, a se concentrar na observação da realização da aula. Esta é efetivamente realizada em seguida, por um dos professores do grupo, com os outros professores presentes atuando como observadores, mas sem intervenção, salvo algumas exceções. A própria realização é seguida por uma fase de avaliação e revisão, com uma ou mais reuniões, nas quais o professor que ministrou a aula apresenta suas impressões e reflexões, os outros professores também expõem suas observações e reflexões; então, as discussões aprofundadas que são realizadas, tanto no âmbito matemático quanto no didático, podem conduzir a uma revisão do projeto inicial, que por sua vez será testada. O conjunto obedece, portanto, a uma estrutura precisa, cujos diversos componentes são descritos de forma minuciosa na literatura (ver, por exemplo, STIGLER; HIEBERT, 1999).

A observação desse dispositivo atraiu a atenção de pesquisadores sobre a qualidade das discussões e sobre o trabalho, tanto matemático como didático, que suscita entre os membros do grupo. Ele também atraiu atenção sobre o papel que exerce no contexto japonês para sustentar os desenvolvimentos curriculares, promover evoluções das práticas, apoiar a integração dos professores novatos e ajudá-los a desenvolver suas competências profissionais. O dispositivo se tornou assim um objeto de estudo, com os pesquisadores analisando mais detalhadamente seu funcionamento, para identificar as regularidades e as variabilidades dentro da própria aplicação,

para compreender os processos que levam a um caminho aparentemente eficaz para a melhoria do ensino no contexto japonês, aquilo que pode ser transposto para outros contextos e suas condições específicas (ver; por exemplo, FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004; ISODA et al., 2007). É de importância particular que esse dispositivo tenha se expandido atualmente para fora do contexto japonês, sendo importado especialmente pelos Estados Unidos, onde tende a se desenvolver de forma rápida.

O artigo de Lewis, Perry e Murata (2006) se interessa mais particularmente por essas questões. Ele propõe diferentes hipóteses relativas à forma como esse dispositivo pode contribuir para a melhoria da educação matemática: o processo de refinamento progressivo das aulas, o aprofundamento do conhecimento dos professores (conhecimentos matemáticos e de ensino, capacidade de observar os alunos e de relacionar a atividade cotidiana com as finalidades do ensino no longo prazo), a motivação dos professores e seu engajamento em uma comunidade (motivação para evoluir, relações com colegas suscetíveis de fornecer ajuda, sentido de responsabilidades em relação à comunidade), os recursos produzidos (planos de aula elaborados que destacam as possíveis formas de pensar dos alunos, instrumentos que apoiam a aprendizagem coletiva quanto à progressão do dispositivo). Contudo, os autores também destacam que, para se ter uma compreensão real dos mecanismos em jogo, são necessárias pesquisas que ainda estão surgindo. Três prioridades são claras: a ampliação da base de dados sobre o dispositivo, tanto no Japão como nos países para os quais ele foi transposto, em particular nos Estados Unidos; a compreensão dos mecanismos por meio dos quais o dispositivo influi no ensino; o teste dos ciclos de concepção-realização-avaliação-melhoria e a análise de seus efeitos. Segundo os autores, estabelecer essas prioridades vai de encontro a uma pesquisa que, nos Estados Unidos em particular, valoriza sobretudo as ideias novas em detrimento do refinamento das abordagens existentes e do estudo das inovações iniciadas pelos praticantes. Ela requer o reconhecimento da relevância do que se chama de uma *local proof route* (rota local de prova), por meio das inovações de iniciativa local que podem conduzir a melhorias substanciais de grande alcance e do engajamento dos pesquisadores em um trabalho de explicação, de apoio ao desenvolvimento e de teste sistemático dessas inovações.

Assim, o dispositivo da *lesson study* e as reflexões e estudos que ela motiva nos parecem ilustrar as múltiplas ideias que foram desenvolvidas neste documento: a importância de se pensar sobre a evolução das práticas em termos parcialmente renovados, bem como sobre os modos de formação continuada dos professores, ao colocar ênfase nas tarefas profissionais do ensino, em primeiro lugar situando a concepção e a implementação de sessões de ensino; a importância para o desenvolvimento profissional dos professores da colaboração na comunidade de prática e/ou de pesquisa; a importância de a pesquisa estar aberta a inovações vindas do campo, mas também a necessidade da pesquisa de compreender os mecanismos e avaliar seus efeitos; o cuidado ao se ter à frente transposições precipitadas, que funcionam ou parecem funcionar em

um determinado contexto, frequentemente sem se atentar para os aspectos mais superficiais. Por fim, queremos destacar que o estudo da ICMI mencionado no documento de Even e Ball (2009) mostra vários exemplos de práticas de formação continuada de professores que, sem ter necessariamente a sofisticação e, sobretudo, o alcance do dispositivo das *lesson studies*, também obedecem a esses princípios. Eles são favorecidos pela evolução tecnológica, que, ao permitir o trabalho coletivo sobre os vídeos de prática, favorece um acesso a distância para as práticas e uma formação que atende melhor às necessidades reais dessa prática.

Referências

EVEN, R.; BALL, D. (Eds.). *The professional education and development of teachers of Mathematics: the 15th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009. 277 p.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. *Lesson study: a Japanese approach to improving Mathematics learning and teaching*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2004.

ISODA, M. et al. *Japanese lesson study in Mathematics: its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific, 2007.

LEWIS, C.; PERRY, R.; MURATA A. How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, v. 35, n. 3, p. 1-14, 2006. Disponível em: <<http://edr.sagepub.com/cgi/content/abstract/35/3/3>>.

STIGLER, J.; HIEBERT, J. *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press, 1999.

Anexo 5. O aperfeiçoamento profissional dos professores de matemática no Brasil: problemas estruturais, iniciativas e esperanças

(em colaboração com Yuriko Yamamoto Baldin)⁴

Este Anexo apresenta uma descrição de algumas iniciativas relativas ao aperfeiçoamento profissional dos professores de matemática no Brasil, em particular à formação inicial e aos recentes investimentos do Ministério da Educação (MEC) para melhorar os conhecimentos teóricos e práticos dos professores. Este texto tem a intenção de mostrar uma visão global do avanço de alguns projetos recentes que tratam da formação continuada de professores de matemática no Brasil. Ele propõe uma breve introdução ao sistema de formação dos professores que atuam nas escolas da educação básica no Brasil, os principais problemas encontrados no ensino de matemática nos níveis elementares e as iniciativas recentes realizadas pelo MEC e pelas universidades quanto ao enquadramento de projetos em colaboração.

A educação básica no Brasil: A educação básica no Brasil é organizada em dois níveis, o fundamental e o secundário ou médio. O ensino fundamental abrange do 1º ao 9º ano e se destina às crianças a partir dos 6 anos de idade. O ensino pré-primário não é obrigatório no Brasil, mas, após vários anos, a política educacional destaca a necessidade de que o governo invista fortemente nesse nível. O ensino secundário ou médio, que se estende do 10º ao 12º ano, é confiado às secretarias de Educação de cada estado da Federação. Os anos da escola maternal e os cinco primeiros anos do ensino fundamental são de responsabilidade dos municípios, e no período de alguns anos está prevista a extensão dessa responsabilidade para o ciclo completo do ensino fundamental. Atualmente, os quatro últimos anos do ensino fundamental continuam, em geral, sob controle do Estado e, logo, de um sistema de gestão administrativa diferente daquele dos cinco primeiros anos da escolaridade. O MEC determina as orientações do programa de ensino (os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs), que são, em geral, integradas à política educacional de cada estado.

4 Yuriko Yamamoto Baldin é professora associada sênior do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e representante do Brasil junto à Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI).

No artigo de Baldin e Guimarães, menciona-se que

a ruptura da política educacional durante os anos intermediários da escolaridade elementar é percebida como uma das causas da dificuldade de se seguir um currículo pedagogicamente coerente de ensino da matemática nesse nível. Não se trata apenas de um problema político, mas também de um problema de descontinuidade na formação de professores. A formação preparatória destinada aos professores dos primeiros anos é muito deficiente, tanto no plano do conteúdo matemático como no das metodologias pedagógicas a serem aplicadas nessa disciplina. Quanto à formação preparatória dos professores do 6º ao 9º ano, em geral ela não enfatiza a fase de aprendizagem real dos alunos que devem avançar para o ano seguinte em um novo sistema, de modo que a transição dos anos elementares para os intermediários da educação básica fundamental apresenta falhas (BALDIN; GUIMARÃES, 2009, s.p.).

A formação concebida para preparar os professores responsáveis pelos últimos anos da educação fundamental e pelos anos da escola média é uma formação inicial nas universidades e com concentração em uma área de conhecimento específica. Por outro lado, os professores dos cinco primeiros anos da escola elementar são formados em um curso universitário de pedagogia, no qual a base de "conhecimentos matemáticos" é inexistente ou pouco desenvolvida. A falta de uniformidade na formação da maioria dos professores de nível elementar e o desconhecimento da transição entre os níveis pelos professores do secundário são, conseqüentemente, os principais problemas que a formação de professores de matemática enfrenta no Brasil. Além disso, considerando a extensão do imenso território, as diferenças econômicas e sociais que existem entre uma região e outra, a dinâmica social do país suscita outras importantes dificuldades e, portanto, é necessário que, paralelamente às iniciativas do governo central, sejam conduzidas outras iniciativas surgidas em diferentes setores da sociedade. Um dos principais problemas é que, em muitas regiões, professores que não receberam educação formal são recrutados em caráter temporário para ensinar nas escolas locais e suprir suas necessidades. O território do Brasil tem mais de 8,5 milhões de km²; segundo a base de dados do MEC, em 2007, o país contava com mais de 46 milhões de alunos inscritos em mais de 165.800 estabelecimentos públicos em nível de educação básica, disponível em: <www.inep.gov.br>.

Iniciativas recentes relativas ao desenvolvimento profissional de professores de matemática: Os cursos de ensino formal presencial se mostram insuficientes para fazer frente ao número considerável de alunos inscritos nas escolas de nível fundamental. Para tentar atender às necessidades dos professores formados para a educação básica, o governo colocou em prática, a partir de 2007, um sistema de ensino a distância (a Universidade Aberta do Brasil – UAB), que utiliza as infraestruturas tecnológicas das universidades profissionais e técnicas existentes em todo o

território do país. Atualmente, de modo mais específico para a formação de professores de matemática encarregados dos anos intermediários da educação fundamental (do 6º ao 9º ano) e da educação secundária/média (do 10º ao 12º ano), 27 estabelecimentos oferecem cursos de licenciatura a distância, assim como o acompanhamento dos estudantes por tutores e material didático *online*. O primeiro objetivo desse sistema consiste em reduzir a escassez de professores na educação básica. Uma análise do seu impacto sobre a qualidade da educação será realizada no futuro próximo, quando os formados chegarem ao mercado de trabalho.

No que diz respeito à formação continuada dos professores, foram lançadas diversas iniciativas, notadamente na categoria de projetos específicos conduzidos por universidades e grupos de pesquisa, com o apoio de órgãos públicos de financiamento, entre os quais a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), disponível em: <www.capes.gov.br>, do MEC. O projeto Pró-Ciências/CAPES, realizado nos anos 1990, visava, por exemplo, à atualização da formação de professores da educação de nível secundário, introduzindo conceitos inovadores, tais como a *interdisciplinaridade* e a *intradisciplinaridade* da matemática e das ciências, e a utilização da tecnologia nas metodologias de ensino e aprendizagem. Porém, essas iniciativas tiveram efeitos isolados, em âmbito regional e de escopo limitado. Mais recentemente, o MEC implementou uma rede nacional para a formação continuada de professores, chamada de Rede Nacional de Formação Continuada de Professores, que visa a criar um sistema nacional estruturado de formação (especialmente em matemática) para os professores do ensino fundamental, para promover a aquisição de conhecimentos e metodologias de ensino. Desde 2006, o projeto Pró-Letramento, voltado especificamente para o conhecimento básico de matemática de professores do ensino fundamental, é realizado por universidades e pesquisadores da “Rede” em todo o país. Como parte desse projeto, 50 mil professores do ensino fundamental realizaram seis meses de treinamento, e outros muitos mais continuaram seus estudos. Com base em um estudo comparativo de dados extraídos do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) do MEC realizado em 2005 e 2007, ou seja, antes e depois do lançamento do projeto, um interessante relatório (BARROSO; GUIMARÃES, 2008) analisou a possível existência de uma relação entre o projeto Pró-Letramento com foco em matemática e a melhora das notas de matemática dos alunos do ensino fundamental. O estudo destaca uma mudança significativa nas notas em regiões que se beneficiaram do projeto, especialmente no norte do país, uma região onde tradicionalmente são registrados os resultados mais baixos. Essa análise continuará a mensurar o progresso do projeto.

Uma outra iniciativa financiada por recursos públicos é o programa especial realizado em conexão com a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), organizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), um instituto de pesquisa de renome internacional, e pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). A OBMEP teve sua primeira edição em 2005, dirigida apenas aos alunos do 6º ao 12º ano escolar (6º ao 9º ano da

educação fundamental e três anos da educação secundária/média) das escolas públicas; em 2009, mais de 19 milhões de alunos de 43.854 escolas, representando 99,03% dos municípios do país, participaram da OBMEP. O projeto consiste na aplicação de provas para descobrir estudantes especialmente dotados em matemática, mas também no oferecimento às escolas e a seus professores de materiais didáticos inovadores (série de problemas). Por outro lado, um programa especial de estudos financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) do Ministério da Ciência e Tecnologia oferece bolsas de estudo aos 300 primeiros premiados na Olimpíada.⁵ Esse programa de estudos é coordenado e realizado com a colaboração das universidades de pesquisa do país. O material do estudo foi especialmente concebido e desenvolvido por pesquisadores especialistas e é disponibilizado gratuitamente aos professores e ao público em geral, disponível em: <www.obmep.org.br>. Muitos professores utilizam o projeto com proveito. Um relatório recente apresenta um estudo estatístico sobre o impacto da participação das escolas na OBMEP quanto ao nível da média em matemática de cada escola participante na Prova Brasil (INEP/MEC), uma avaliação em grande escala do aproveitamento dos alunos, e constatou uma melhoria nos resultados. O mesmo documento fornece dados precisos sobre os aspectos técnicos (BIONDI; VASCONCELOS; MENEZES-FILHO, 2009).

Também na área de desenvolvimento profissional de professores em matemática, uma iniciativa igualmente importante, que demonstra o crescente interesse dos educadores na formação (atual ou futura) dos professores de matemática, é a criação de vários programas de pós-graduação em matemática e em ensino de matemática. Os cursos, em nível de mestrado (ou doutorado, em pelo menos um caso), se dirigem de forma mais específica aos professores de matemática que atuam na educação básica e enfocam conhecimentos específicos e estratégias de ensino. Além disso, nota-se que, pelo menos em um estado da Federação, é oferecido um programa de apoio aos professores de escolas públicas que desejam cursar mestrado ou doutorado. Diversos organismos públicos que financiam pesquisas para os projetos, em diferentes estados, também investem em programas que visam a promover a participação de escolas públicas em projetos de investigação destinados a melhorar todos os aspectos do ensino e aprendizagem na educação básica. Essas iniciativas refletem a extensão das necessidades de um sistema de educação básica que se esforça para superar as inúmeras dificuldades ocasionadas por problemas socioeconômicos ou pela falta de domínio do conhecimento e das metodologias por parte dos professores.

Conclusões: Os parágrafos acima fornecem uma visão global, ainda que incompleta, das iniciativas realizadas na área de desenvolvimento profissional de professores de matemática no Brasil. Entretanto, essas iniciativas ilustram o dinamismo do movimento iniciado recentemente por diversos setores do sistema educacional, sejam estes os tomadores de decisão, como o MEC,

5 N.T.: O prêmio é extensivo a mais premiados, além dos 300 primeiros colocados.

pesquisadores envolvidos em programas de formação, ou educadores e pesquisadores que participam dos projetos em curso. Também é oportuno mencionar a iniciativa lançada em 2009 por um grupo de trabalho, com a finalidade de discutir conteúdos matemáticos dos programas de formação inicial de professores, conforme diferentes níveis de práticas de ensino. Esse grupo tem a intenção de estender gradualmente suas atividades para participar e contribuir, como grupo de discussão e consulta, no trabalho da ICMI. O Projeto Klein para o século XXI, lançado pelo Comitê Executivo da ICMI, é uma oportunidade ideal para que esse grupo inclua em sua agenda as questões levantadas pela Equipe de Design. Todas essas iniciativas trazem esperanças para o ensino básico no Brasil.

Referências

BALDIN, Y.Y.; GUIMARÃES, L. C. El proceso de introducción de Estudio de Clases en Brasil. In: MENNA, A. et al. *El estudio de clases japonés*. Valparaíso, Chile: Pontificia Universidad Católica del Valparaíso, 2009. cap. 3.

BARROSO, M. F.; GUIMARÃES, L. C. *REDE, o Pró-Letramento e os resultados do SAEB: existe relação?* Rio de Janeiro: LIMC, 2008. (Relatório técnico, 03/2008).

BIONDI, R. L.; VASCONCELOS, L.; MENEZES-FILHO, N. A. de. *Avaliando o impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho de matemática nas avaliações educacionais*. 2009. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br>>.

Anexo 6. Sistematizar os conhecimentos sobre a formação dos professores de matemática: o estudo da IEA sobre a formação dos professores de matemática TEDS-M

(em colaboração com Gabriele Kaiser)⁶

Como destaca o documento, a qualidade da formação de professores de matemática é a condição primordial para a qualidade de uma educação matemática para todos. Esse princípio é cada vez mais reconhecido de forma ampla, o que explica o interesse que a formação de professores suscita, especialmente entre os pesquisadores e os especialistas, como testemunham o estudo da CIEM/ICMI anteriormente mencionado (BALL; EVEN, 2009), a publicação de um manual internacional em quatro volumes dedicado à formação de professores de matemática intitulado "International Handbook of Mathematics Teacher Education" (WOOD, 2008), e as instâncias de decisão de muitos países, como verificamos no estudo da OCDE intitulado "Teachers Matter" (2005).

Até hoje, apesar das numerosas e interessantes análises sobre a organização da formação de professores de matemática em diferentes países, bem como sobre a natureza dos conhecimentos que essa profissão requer e a forma pela qual eles são elaborados, não foi realizado nenhum estudo empírico transnacional com base em dados representativos, seja sobre a forma pela qual os sistemas educacionais garantem a formação preparatória dos professores de matemática, seja sobre o que se espera, explícita e implicitamente, dessa formação em termos de aquisição de conhecimentos. Essa é a razão pela qual a IEA iniciou um estudo internacional que reflete a necessidade de se produzir conhecimentos úteis, e que pode servir de base para uma política destinada a facilitar o recrutamento e a formação de uma nova geração de professores adequados à evolução das necessidades relativas a conhecimentos e para a substituição dos professores que se aposentam.

Esse estudo sobre a formação e o aperfeiçoamento dos professores de matemática ("Teacher Education and Development Study in Mathematics", TEDS-M) coletou dados nos países participantes em três níveis de sistemas de formação de estudantes:

6 Gabriele Kaiser é professora de ensino de matemática na Universidade de Hamburgo (Alemanha) e presidente da *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA), um grupo de estudos filiado à CIEM/ICMI.

- a) *Resultados* – quais são o nível e o escopo dos conhecimentos matemáticos e pedagógicos conexos que têm os professores dos níveis de escolaridade correspondentes ao ensino fundamental? Quais são as diferenças que existem de um país para outro nesse aspecto?
- b) *Estabelecimentos e programas* – quais são as principais características dos estabelecimentos de formação de professores, e quais são seus programas? Que diferenças existem de um país para outro? Quais são as possibilidades de aprendizagem oferecidas aos futuros professores de matemática dos níveis de escolaridade correspondentes ao ensino fundamental (primário e primeiro ciclo do secundário)? Qual é a sua estrutura (por exemplo, qual é o grau de coerência interna/externa)? Que conhecimentos são ensinados nos programas de formação de professores, e como esse ensino é organizado?
- c) *Política nacional* – qual é o contexto da política nacional em matéria de formação de professores para, por exemplo, o recrutamento, o programa de estudos e a garantia da qualidade do financiamento? Quais são as diferenças de políticas que existem de um país para outro? (TATTO et al., 2008, p. 13 e seguintes)

A finalidade global desse estudo consiste em encontrar meios para melhor auxiliar os professores a aprender o que eles precisam saber para ensinar matemática. O estudo está direcionado a diferentes públicos:

No caso dos responsáveis pelas políticas educacionais, o objetivo consiste em sugerir dispositivos institucionais e programáticos capazes de auxiliar os professores a adquirir conhecimentos suficientes. Para os formadores de professores, que concebem, executam e avaliam o ensino nos programas de formação, o objetivo principal consiste em dotá-los de uma linguagem comum e de uma base de dados comum, assim como dos mesmos critérios de avaliação, para que eles sejam capazes de comparar seus programas com o que foi considerado possível e desejável de ser realizado em outros contextos. Para os formadores em matemática, a motivação é a de melhor delimitar a natureza dos conhecimentos que os professores qualificados nessa área podem adquirir no plano do conteúdo e da pedagogia da matemática, bem como as condições que devem ser reunidas para que os professores adquiram tais conhecimentos. Para os formadores em geral e para os leigos esclarecidos, a ideia é melhor compreender; graças às pesquisas empíricas, a forma pela qual os professores aprendem e o que eles aprendem quando se preparam para ensinar (TATTO et al., 2008, p. 15).

Referências

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

TATTO, M.T. et al. *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*: policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics; conceptual framework. East Lansing: Teacher Education and Development International Study Center; College of Education, Michigan State University, 2008. Disponível em: <<http://www.iea.nl/teds-m.html>>.

Anexo 7. Pesquisas sobre a formação de professores de matemática na África do Sul e na África Meridional

(em colaboração com Jill Adler)⁷

São três grandes problemas que afetam a qualidade da formação dos professores de matemática na África do Sul, em particular; e na África Meridional (sul da África), em geral:

- O recrutamento e a retenção dos professores de matemática qualificados, em particular no nível secundário.
- A seleção de conteúdos da formação preparatória (formação inicial) para o ensino, em termos de conhecimento matemático ou de ensino, e o ensino da matemática quanto a melhorar as qualificações dos professores.
- O desenvolvimento profissional contínuo ou o aperfeiçoamento de professores em exercício em um contexto de transformações (novas tecnologias, novos temas e novos rumos no campo da matemática).

As pesquisas em andamento sobre essas questões, ainda que relativamente recentes na região, ajudam a melhor compreender os problemas e as soluções para o seu enfrentamento. Elas são um reflexo da situação internacional atual, em que a pesquisa sobre a formação dos professores de matemática, embora ocorrendo em progressão exponencial, é um campo relativamente novo. Até o presente, em sua maioria, os estudos são em pequena escala e realizados por “iniciados”, sendo as pesquisas conduzidas por formadores de professores nos estabelecimentos onde elas são realizadas. Uma análise dessas pesquisas é mencionada na obra de Adler e outros (2005).

⁷ Jill Adler é professora de ensino de matemática na Universidade de Witwatersrand, em Joanesburgo (África do Sul) e no *King's College* de Londres (Reino Unido). Ela é também vice-presidente da ICMI.

1. Recrutamento e retenção dos professores de matemática

O relatório sobre a formação dos professores de matemática em 12 países africanos (ADLER et al., 2007) fornece uma grande variedade de informações sobre seu recrutamento e retenção nesses países. A mobilidade transfronteiriça de professores qualificados é um fenômeno bem conhecido, embora pouco documentado. O relatório mostra claramente que muitos diplomados que saem das universidades sul-africanas encontram trabalho nos Estados Unidos e Reino Unido. Da mesma forma, a situação do Zimbábue levou muitos professores qualificados desse país a procurar trabalho na África do Sul, e provavelmente também em outros países vizinhos. A “fuga de cérebros” também é visível em outros países e sob diferentes formas. Essas forças da globalização escapam ao controle dos governos.

2. Seleção de conteúdos da formação inicial dos professores

É amplamente reconhecido que a qualidade de um sistema educacional depende da qualidade – e, poder-se-ia acrescentar, da estabilidade – do seu corpo docente e da forma de ensinar utilizada por este último. As pesquisas realizadas nos últimos anos na África do Sul (CARNOY et al., 2008) confirmam os resultados obtidos em outros países (HILL et al., 2008), que mostram que os desempenhos escolares em matemática estão relacionados aos conhecimentos profissionais de matemática dos professores, isto é, o conhecimento que eles têm da matemática propriamente dita e o conhecimento especializado da matemática que eles utilizam para ensinar. A análise de Carnoy e outros (2008) é apenas um estudo-piloto, mas evidencia a existência de correlações positivas entre a qualidade do ensino, o conhecimento da matemática que os professores utilizam para ensinar e o desempenho dos estudantes.

Além de ajudar a compreender melhor a importância da formação inicial dos professores, esse estudo destaca a necessidade de uma maior harmonia entre o conteúdo da formação dos professores de matemática e o trabalho matemático que eles realizam. Adler (2005) e Adler e Davis (2006) fornecem uma descrição dessa matemática especializada para ensinar e mostram que, nos estabelecimentos que oferecem programas de aperfeiçoamento aos professores sul-africanos de matemática, o conhecimento especializado de matemática não é avaliado. Eles concluem que são necessários esforços importantes para melhorar o conhecimento sobre essa competência especializada, bem como estudar a forma como ela é ensinada e avaliada nos programas de formação inicial e de desenvolvimento profissional dos professores de matemática.

Foram lançados programas inovadores de formação inicial de professores, com a criação de um novo diploma de licenciatura em educação (*B Ed Degree*) na África do Sul. Atenção especial é conferida à escolha do conteúdo matemático pertinente, do ponto de vista do ensino, e à forma como esse conteúdo é ensinado aos futuros professores. Esses aspectos não podem ser negligenciados. Um estudo comparativo recente, relativo a dois programas de licenciatura (em uma universidade rural e em uma universidade urbana na África do Sul), e seus resultados ilustram as dificuldades encontradas, notadamente quanto aos efeitos produzidos sobre a qualidade da formação oferecida então (PARKER, 2009). Contudo, esses programas são um sucesso para atrair e treinar um número crescente de professores de matemática, incluindo no nível secundário. Em muitas instituições, esses programas são de responsabilidade exclusiva das faculdades de educação. Isso não ocorre sem dificuldades para os departamentos de matemática, e atualmente vários organismos profissionais do país se esforçam para promover a contribuição de matemáticos para a formação inicial e o apoio de professores. No final deste ano, a *Mathematical Society* irá se reunir com representantes dos poderes públicos e da comunidade matemática para continuar os esforços nesse sentido. O sucesso dessa reunião dependerá da vontade dos participantes de reconhecer as habilidades necessárias para a formação preparatória e o apoio aos professores de matemática.

3. Desenvolvimento profissional contínuo e apoio aos professores em um contexto de transformações

Adler e Reed (2002) relatam um estudo sobre um programa de desenvolvimento profissional formalizado em matemática, ciências e inglês e apontam uma lacuna entre os objetivos anunciados da reforma da formação e a realidade do curso, assim como os problemas que daí decorrem. Suas conclusões vão no sentido das observações anteriores sobre o valor insuficiente que é conferido, na formação, ao conhecimento do conteúdo para se ensinar a matemática (mesmo se existir a intenção). Eles também insistem em suas conclusões sobre a necessidade de se compreender que as culturas e as práticas nos assuntos à educação evoluem, e que essa evolução requer tempo. Além disso, eles mostram que, nas escolas mais pobres, onde é considerável a distância entre a realidade do ensino no local e os modelos da reforma, a implementação da reforma prevista corre o risco não apenas de prejudicar a melhora, mas também de afetar negativamente a qualidade do ensino.

Referências

ADLER, J. Mathematics for teaching: what is it and why is it important that we talk about it? *Pythagoras*, v. 62, p. 2-11, 2005.

ADLER, J.; DAVIS, Z. Opening another black box: researching mathematics for teaching in mathematics teacher education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 37, n. 4, p. 270-296, 2006.

ADLER, J.; REED, Y. (Eds.). *Challenges of teacher development: an investigation of take-up in South Africa*. Pretoria: Van Schaik, 2002.

ADLER, J. et al. Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, v. 61, n. 3, p. 359-381, 2005.

ADLER, J. et al. (Eds.). *Mathematics teacher education: trends across twelve African countries*. Johannesburg: Marang/CIEM, 2007.

CARNOY, M. et al. *Towards understanding student academic performance in South Africa: a pilot study of grade 6 mathematics lessons in South Africa*. Pretoria: HSRC, 2008.

PARKER, D. *The specialisation of pedagogic identities in initial mathematics teacher education in post-apartheid South Africa*. 2009. Thesis (PhD, unpublished) – University of Witwatersrand, Johannesburg.

Anexo 8. Promover a excelência do ensino de matemática: o *National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics* (NCETM)⁸

(em colaboração com Celia Hoyles)⁹

Histórico

O NCETM, criado na Inglaterra em 2006 pelo governo britânico, é uma infraestrutura nacional, cuja missão consiste em promover o ensino e a aprendizagem em matemática por meio da organização de conselhos especializados, de recursos e informações. Essa organização nacional garante a supervisão da oferta de aperfeiçoamento profissional (*continuing professional development* – CPD) na área de matemática em um nível estratégico e coordena as atividades em âmbito nacional. É a primeira infraestrutura nacional do gênero estabelecida na Inglaterra.

O NCETM visa a melhorar a situação profissional de todas as pessoas comprometidas com o ensino de matemática, a fim de que os aprendizes possam ter suas potencialidades em matemática plenamente atendidas. O princípio básico é o de que um aperfeiçoamento profissional contínuo e eficaz se articula em torno de três eixos interdependentes:

- Ampliar e aprofundar o conhecimento sobre o conteúdo matemático.
- Desenvolver uma pedagogia específica para a matemática, que permita, em particular, avaliar o grau de comprometimento dos aprendizes quanto a essa disciplina e os eventuais obstáculos naturais que impedem a sua progressão.
- Colocar em prática uma pedagogia matemática bem-sucedida.

8 Disponível em: <www.ncetm.org.uk>.

9 Celia Hoyles é professora da *School of Education*, da Universidade de Londres (*University of London*), e diretora do NCETM. Ela também é membro do Comitê Executivo da ICMI.

Os **objetivos-chave** do NCETM são os seguintes:

- Estimular a demanda por aperfeiçoamento profissional continuado específico em matemática, de modo a contribuir para reforçar os conhecimentos matemáticos dos professores e melhorar o desempenho em matemática das escolas e faculdades.
- Promover e melhorar a coordenação, a acessibilidade e os recursos do aperfeiçoamento profissional continuado específico para a matemática.
- Permitir que todos os professores de matemática identifiquem e tenham acesso às ofertas de aperfeiçoamento profissional continuado de boa qualidade, que possam melhor atender às suas necessidades e aspirações.

Atividades do NCETM

O NCETM promove possibilidades de aperfeiçoamento profissional contínuo, cumulativo e durável ao longo da carreira de um professor, em conjunto com seus pares. Entre seus principais parceiros, o Centro conta com estabelecimentos de ensino superior que já oferecem possibilidades de aperfeiçoamento profissional contínuo aos professores. Eles podem oferecer conhecimentos em matemática e no ensino de matemática, bem como abrir outras perspectivas relacionadas à própria disciplina e pedagogias eficientes, as quais podem servir de base para as atividades do NCETM.

O NCETM desenvolve uma presença virtual por meio de seu portal na internet, assim como uma presença real por meio de uma rede de coordenadores regionais (*regional coordinators* – RC) que abrange toda a Inglaterra. Cada RC trabalha localmente com professores experientes em tempo parcial – que são professores em atividade, considerados como “experientes” no plano pedagógico e remunerados como tal – para criar e apoiar as redes locais de colaboração entre professores, intra e interdisciplinares, e intra e interdisciplinares. Eles encorajam os professores de matemática a participar de um trabalho colaborativo de questionamento entre docentes, para identificar as possibilidades do aperfeiçoamento profissional de boa qualidade e do intercâmbio de informações sobre os exemplos de ações de excelência na região. O objetivo consiste principalmente em favorecer a expansão de redes dinâmicas, no âmbito das quais os professores desenvolvem, por conta própria, sua comunidade – virtual e presencial –, contribuindo assim para a difusão de ideias e de diferentes formas de aperfeiçoamento profissional continuado, por meio de professores-tutores.

Os eventos nacionais e regionais ocupam um lugar de destaque entre as atividades do NCETM. A conferência intitulada *The Potential of ICT in Mathematics Teaching*, por exemplo, foi uma ocasião para apresentar as atividades dos professores que utilizam as tecnologias de informação

e comunicação (TIC) na matemática e exploram as possibilidades que elas oferecem para melhorar o nível dos conhecimentos, para favorecer a abertura aos conceitos matemáticos, para ampliar o campo de possibilidades e reduzir as desigualdades em termos de resultados.

O portal do NCETM

O portal do NCETM na internet – disponível em: <www.ncetm.org.uk> – é um recurso de alta tecnologia que permite ao NCETM alcançar os professores que não estão acessíveis por meio dos recursos mais tradicionais. Além apresentar recursos muito ricos, ele constitui uma possibilidade para o intercâmbio dinâmico de estratégias de ensino de matemática por meio das redes e comunidades conectadas. Os professores de matemática também podem planejar seu próprio percurso de aperfeiçoamento profissional continuado, criando seu Espaço de Aprendizagem Personalizado (*Personal Learning Space* – PLS; para mais informações, ver a seguir).

O portal contém, em especial:

- Um repertório de cursos e eventos (*Courses and Events*).
- Uma área de recursos (*Resource*).
- Uma área de questões (*Teacher Enquiry*), na qual os professores têm acesso a trabalhos e pesquisas e onde podem encaminhar ao NCETM um pedido de financiamento para seu projeto.
- Um boletim informativo (*News*) sobre a evolução do ensino de matemática e os problemas que são colocados.
- Uma área reservada às comunidades e aos blogs (*Communities and Blogs*), na qual os professores podem trocar ideias sobre o ensino.
- Uma área de *Mathemapedia*, que corresponde a uma *Wikipedia* do ensino de matemática.

O portal apresenta outras funções, como *Secondary and Primary Magazines*, que são cada vez mais populares, e os recursos *Up2d8 Maths*, que permitem explorar temas matemáticos em um determinado contexto. Existe ainda um espaço *Early Years Focus*, que fornece informações, curiosidades e sugestões para o trabalho nos anos iniciais de escolaridade, assim como o *FE Magazine*, destinado aos formadores em matemática para jovens com mais de 16 anos e adultos.

O Espaço de Aprendizagem Personalizado (PLS)

O espaço PLS permite que os professores personalizem seu percurso de aprendizagem no portal; eles podem registrar suas opções favoritas, ter um acesso simplificado às suas contribuições, anotar informações e reflexões sobre os recursos e materiais e obter dados úteis para a continuidade de sua carreira.

Instrumentos de Autoavaliação (*Self-evaluation Tools – SET*)

Os Instrumentos de Autoavaliação constituem o núcleo do espaço PLS. Eles permitem que os professores avaliem seus conhecimentos em matemática e explorem as centenas de sequências de “etapas encadeadas” ou “passos”, com as ideias para desenvolver seus conhecimentos em matemática, para encontrar exemplos de boas práticas e descobrir as relações entre os diversos ramos da matemática. Até agora, nosso balanço da utilização desses instrumentos pelas escolas, no quadro das avaliações periódicas de desempenho, é muito positivo.

Eles também podem auxiliar os professores a definir os assuntos que gostariam de trabalhar em seus programas de estudo. Muitos professores destacam a utilidade das autoavaliações conduzidas na escala de todo o departamento (o NCETM também promove várias oficinas concebidas para oferecer aperfeiçoamento profissional no âmbito de equipes completas; para cada módulo de oficina, um resumo e diversas fichas de trabalho são colocadas à disposição). Os Instrumentos de Avaliação são igualmente utilizados com sucesso nos estabelecimentos de ensino superior: eles permitem que os estagiários se autoavaliem e os orientam, por meio de recursos adaptados para aprimorar seus conhecimentos teóricos e suas práticas.

Inscrições no portal do NCETM

O número de inscrições no portal do NCETM aumenta de forma constante, o que representa um indicador da grande quantidade de recursos que ele oferece, assim como do interesse que ele desperta entre as escolas e os estabelecimentos de ensino superior. Contamos atualmente com 26.440 usuários: 9.136 no nível primário e pré-escolar; 9.646 ligados ao ensino fundamental; 2.104 estabelecimentos de educação continuada (FE); e 1.147 ligados a outros níveis. Os usuários recenseados são aqueles que se inscrevem assim que visitam a página da internet. A eles se juntam muitos visitantes que se conectam sem se inscrever – e acessam um grande número de recursos. Em junho de 2009, foram registradas cerca de 3,5 milhões de conexões, o que corresponde a um aumento de 147% em um ano.

Análise e dificuldades

Ainda resta muito a se fazer – e várias dificuldades a se resolver –, enquanto o aperfeiçoamento profissional continuado não for reconhecido como uma “passagem essencial e obrigatória” da formação de todos os professores de matemática na Inglaterra. O NCETM concentra seus esforços para envolver os professores e os altos responsáveis por todos os setores, bem como para encontrar outras formas de parceria, a fim de ampliar sua oferta. O Centro deve cuidar de ampliar seu impacto sobre os aprendizes e, particularmente, buscar que esse impacto seja reconhecido pelas personalidades e pelos responsáveis políticos.

Para o professor, um aperfeiçoamento profissional de qualidade significa a possibilidade de realizar plenamente o seu potencial – desenvolver suas competências e aspirações, de modo a permitir que ele, por sua vez, auxilie seus estudantes a realizar plenamente o seu próprio potencial. Isso é importante não somente para nós como indivíduos, mas também para o Reino Unido como um todo.

O NCETM entende que faz evoluir a cultura do país, de forma que ninguém possa afirmar “eu não conheço nada de matemática – e me orgulho disso”. O Centro deseja atuar de forma que todas as escolas da Inglaterra disponham de um número suficiente de professores de matemática competentes e entusiastas, e que possam oferecer a eles o necessário aperfeiçoamento profissional continuado de qualidade.

Anexo 9. Por Que Matemática? Uma exposição itinerante internacional

(em colaboração com Michel Darche e Mireille Chaleyat-Maurel)¹⁰

Às vésperas do ano 2000, proclamado o Ano Mundial da Matemática, a UNESCO, fiel ao seu compromisso de promover a educação e a cooperação internacional, reuniu matemáticos franceses, japoneses e filipinos já comprometidos com a divulgação da matemática, para organizar uma exposição internacional sobre o tema Por Que Matemática? Realizada com o apoio de diversas organizações, entre elas a União Internacional de Matemática (*Union Mathématique Internationale* – UMI) e sua Comissão Internacional de Ensino (CIEM), a exposição foi apresentada pela primeira vez no 10º Congresso Internacional sobre o Ensino de Matemática (ICME), que aconteceu em Copenhague (Dinamarca).

Em seguida, a exposição foi levada para vários países, por solicitação e manifestação de interesse da parte de matemáticos, professores e formadores locais. Esforços especiais foram realizados para apresentar a exposição em países em desenvolvimento, a partir das regiões continentais: África Meridional, América Latina etc. Para os países que manifestaram o desejo de receber a exposição, essa foi uma solução tão enriquecedora quanto econômica.

Objetivos da exposição

A exposição é voltada especialmente aos jovens entre 10 e 18 anos, mas também é interessante para seus professores e pais. Seus três principais objetivos são:

- Conscientizar o público e mobilizar seu interesse pela matemática, mostrando que a matemática é não apenas indispensável e onipresente na vida cotidiana, mas que também é um divertimento interessante e apaixonante.
- Mostrar que a matemática traz de tudo um pouco e que, ao contrário do que se pensa com frequência, os conceitos matemáticos básicos são compreensíveis pela maioria de nós e os grandes princípios matemáticos são facilmente acessíveis.

¹⁰ Michel Darche é diretor honorário do *Centre-Sciences, Centre Culturel Scientifique et Technique* (CCSTI), *Région Centre-Orléans*. Mireille Chaleyat-Maurel é professora da *Université Paris V* (França) e copresidente, com Minela Alarcon (UNESCO), da exposição *Por Que Matemática? (Pourquoi les Mathématiques?)*.

- Conceber todas as experiências, de forma que os professores possam utilizá-las nas aulas. Um elemento-chave para sua formação!

A exposição foi concebida e realizada pelo *Centre-Sciences* de Orléans (França).

Avaliação quinquenal

Ao longo dos cinco últimos anos (2005-2009), a exposição foi apresentada em 90 cidades de 32 países diferentes, de leste a oeste da África, na China e no leste da Ásia, na América Latina e na Europa. Ela recebeu cerca de **1,2 milhão de visitantes**, dos quais 75% eram jovens, e mais de **15 mil professores e tutores**. Em cada local, ela foi precedida por uma **sessão de formação** com a duração média de três dias, para os professores e monitores. Foi objeto de grande cobertura pelas mídias locais (jornais, rádio, televisão, mensagens de divulgação em vários sites da internet) e promoveu atividades específicas relacionadas à matemática (oficinas, conferências, concursos etc.).

Alguns exemplos a título de ilustração

- Na Namíbia, em 2006, 50 mil estudantes e professores em 12 cidades, em um período de três meses.
- Em Madri, por ocasião do congresso ICM2006, cerca de 40 mil visitantes em três meses (com longas filas de espera durante as férias de verão) e estudantes provenientes de mais de 100 estabelecimentos escolares.
- Em 2007, em Bangkok, no Laos (quatro cidades), no Vietnã (duas cidades), no Camboja (quatro cidades) e em Singapura, 120 mil jovens visitantes, com quatro sessões especiais de formação para os professores, sobre a utilidade da matemática no Camboja, com o patrocínio da UMI, do CIEM, do Centro Internacional de Matemática Pura e Aplicada (CIMPA) e da UNESCO.
- Na Índia, em 2008, cerca de 100 mil visitantes em quatro cidades (Deli, Calcutá, Bangalore e Mumbai), com duas sessões especiais de formação para os professores, organizadas pelo escritório local da UNESCO.
- No Paquistão, em 2008, 50 mil jovens visitantes em três cidades, em conjunto com a *National Science Foundation*.

- Na América Latina, de 2008 a 2010: oito países, com uma programação que se iniciou e encerrou no Chile, com uma etapa no Brasil (dez cidades em sete meses), e uma segunda vez no Chile, em janeiro de 2010, com uma programação de duas semanas de formação em matemática para 2 mil professores (uma parceria com a Universidade do Chile).

Todas essas exposições foram organizadas com o apoio logístico e eficiente dos ministérios da Educação e da Pesquisa, e de sociedades de matemática, embaixadas, fundações de apoio à ciência de cada país e museus de ciências de cada cidade.

Foi criado um *site* na internet para fornecer informações sobre a exposição e os eventos conexos, seu roteiro nos diversos países do mundo, suas parcerias etc. Disponível em: <www.MathEx.org>.

A exposição virtual

Em paralelo, há dois anos, foi organizada uma exposição virtual em quatro línguas (inglês, espanhol, francês e português), com o apoio financeiro do Escritório da UNESCO da África Meridional (Namíbia e Angola). Essa exposição oferece mais de 30 experiências virtuais e interativas, e cerca de 300 atividades permitem a realização de exercícios de matemática. Ela também oferece exemplos de utilização pedagógica dos temas da exposição, assim como uma lista de obras úteis para os professores, a fim de reforçar seu impacto pedagógico, principalmente nos países em desenvolvimento.

Esses recursos virtuais foram concebidos de modo que os professores possam utilizá-los nas aulas sem ter necessidade de um computador; isto é, somente com o material usual, como papel, fios, cartões, cola etc. e, assim, realizar experiências matemáticas com seus estudantes.

O objetivo também consiste em favorecer o desenvolvimento de materiais destinados a ilustrar diferentes temas da exposição em cada cultura. Esses instrumentos foram reproduzidos em 300 CDs-ROM e estão acessíveis gratuitamente na internet.¹¹

Esses instrumentos foram apresentados e utilizados em duas sessões especiais de formação de professores em Angola (Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação – INIDE), em 2008 e 2009 (mais de 100 CDs-ROM foram distribuídos em Angola; entre três e cinco exemplares foram fornecidos aos países que acolheram a exposição). É possível obter uma versão do volume 4.3 da “Matematicalia”, revista de divulgação matemática em espanhol, disponível em: <www.matematicalia.net/index.php?option=com_wrapper&Itemid=410>.

11 Disponível em: <www.ExperiencingMaths.org>.

Um novo projeto, um novo site na internet: a quais carreiras a matemática conduz? Quais são as profissões em que usamos a matemática?

O público em geral, os estudantes, e mesmo os professores de matemática, têm uma ideia vaga sobre os caminhos possíveis relacionados a essas questões. Em geral, eles pensam que um diploma em matemática conduz somente à pesquisa ou ao ensino. Portanto, é necessário oferecer informações mais completas aos pais e aos estudantes, em um estágio relativamente inicial de escolaridade.

Em paralelo à exposição, muito países organizaram manifestações matemáticas, tais como filmes de divulgação, conferências ministradas por matemáticos e espetáculos de teatro sobre temas relacionados à matemática.

Hoje, visamos a lançar um novo projeto relacionado à exposição, destinado a oferecer aos jovens, a seus professores e a seus pais outros instrumentos que lhes proporcionem a descoberta da diversidade de profissões possíveis com uma formação científica, graças a:

- um site, original e interativo, com jogos, textos e entretenimento (escritos ou em forma de vídeo); e
- quadros ou placas utilizados na exposição que apresentam retratos de jovens profissionais que utilizam a matemática em suas atividades, e também ilustram a diversidade das profissões possíveis em função do nível de qualificação em matemática, levando em conta as especificidades de gênero, região e localização geográfica (centro ou periferia).

Planejamos aproveitar a presença da exposição em uma determinada região para encontrar matemáticos locais de renome e, graças às informações assim coletadas sobre a situação do país e suas necessidades em relação à matemática, enriquecer o conjunto de recursos acessíveis.

Anexo 10. “Objetivos matemáticos”: as Casas de Matemática no Irã

Este Anexo fornece uma breve visão sobre os objetivos e as atividades principais das Casas de Matemática que foram criadas nos últimos dez anos no Irã. Essas estruturas são uma boa ilustração sobre as possibilidades oferecidas pela educação informal, a partir de uma colaboração bem-sucedida, organizada entre comunidades interessadas em matemática e o ensino dessa disciplina. Como lembram Barbeau e Taylor (2009, p. 88), a origem das Casas de Matemática no Irã remonta à criação, em 1997, de uma alta comissão dirigida pelo presidente iraniano, na perspectiva do Ano Mundial da Matemática, em 2000. Um dos objetivos dessa comissão foi a criação das Casas de Matemática. A primeira dessas casas foi inaugurada em Isfahan, em 1999. Atualmente, existem em Isfahan, Neishabour, Tabariz, Yazd, Kerman, Khomein, Kashmar, Sabzevar, Babul, Zenjan, Gazvin, Gonbad e Najafabad, bem como uma comissão especialmente constituída para organizar a cooperação.

Os principais objetivos das Casas de Matemática são os seguintes:

1. Assegurar a popularização da matemática.
2. Estudar a história da matemática.
3. Estudar as aplicações da matemática, da estatística e da informática.
4. Desenvolver tecnologias da informação.
5. Promover a matemática entre os estudantes jovens.
6. Encorajar o trabalho em equipe entre os estudantes jovens e os professores.

Os meios para realizar esses objetivos são os seguintes:

- Disponibilizar estruturas educativas não tradicionais.
- Introduzir novas técnicas pedagógicas.
- Criar bancos de dados científicos.
- Encorajar as pesquisas conduzidas conjuntamente e em colaboração.
- Criar modelos e aplicar a matemática.
- Favorecer as inovações relevantes.

As Casas de Matemática oferecem uma vasta gama de atividades para o público em geral, alunos de todos os níveis e suas famílias, professores escolares e universitários, estudantes de pós-graduação, pesquisadores e artistas. O parágrafo a seguir fornece uma descrição de algumas dessas atividades, inspiradas pelo arquivo elaborado por Barbeau e Taylor (2009, p. 88-92) e um artigo escrito por Ali Rejali para o boletim da ICMI, por ocasião do 10º aniversário da Casa de Matemática de Isfahan (IMH) (REJALI, 2009). Essa Casa de Matemática é muito ativa e é um exemplo particularmente interessante. Para obter mais informações, consulte seu site: <www.mathhouse.org>.

Entre as atividades organizadas pela IMH, podemos citar:

1. *Conferências* (sobre temas gerais e especializados, relativos à matemática e a seu ensino). A título de exemplo, cinco ou seis conferências públicas e vários fóruns de discussão são organizados a cada ano por grupos de estudantes, professores e membros da Casa.
2. *Exposições sobre a matemática e as tecnologias de informação.* As *Jornadas* e as *Semanas* temáticas são organizadas de forma periódica juntamente com essas exposições. Em geral, as Casas de Matemática disponibilizam os equipamentos informáticos aos participantes, para que eles possam utilizar e desenvolver *softwares*, acessar a internet e aproveitar os recursos eletrônicos para a aprendizagem da matemática.
3. *Atividades destinadas aos estudantes secundários.* Tais atividades são muito variadas: grupos de pesquisa que apresentam os resultados de seus estudos nos festivais anuais ou nas publicações; competições de matemática por equipes, especialmente aquelas do *International Tournament of Towns*; rede interescolar de Isfahan, que desenvolve a comunicação eletrônica entre as escolas e coloca as tecnologias de informação a serviço do ensino e da pesquisa; oficinas de robótica; acampamentos temáticos e oficinas de resolução de problemas.
4. *Atividades destinadas aos estudantes:* Jornadas de Estatística; grupos de pesquisa que trabalham em colaboração com pesquisadores iranianos no exterior por meio de uma rede de comunicação eletrônica; parceria com empresas, para oferecer aos alunos a oportunidade de conhecer o *design* de páginas da internet e *softwares*; e oficinas de iniciação sobre *softwares* matemáticos e estatísticos.
5. *Atividades destinadas aos professores:* grupos de pesquisa em diversas áreas pedagógicas; oficinas sobre as tecnologias de informação, para capacitar os professores quanto à aplicação de métodos pedagógicos modernos e familiarizá-los com as próprias tecnologias; oficinas sobre os objetivos, normas e conceitos do ensino da matemática para professores de nível elementar, ou sobre novos currículos do nível secundário e as tecnologias de informação para professores do secundário.

Na IMH, há sempre um grupo de pesquisadores que desenvolve atividades projetadas para ensinar matemática e informática para alunos cegos. Além disso, a IMH e outras Casas de Matemática gerenciam bibliotecas especializadas que fornecem acesso aos vários recursos para o ensino da matemática no país.

Além de realizarem uma cooperação mútua, as Casas de Matemática trabalham em colaboração com organismos iranianos como, por exemplo: o Centro de Astronomia Adib, a Sociedade Matemática Iraniana, a Sociedade Estatística Iraniana, a Sociedade de Professores de Matemática de Isfahan, a Associação Iraniana de Professores de Matemática, a Sociedade Científica para o Desenvolvimento do Irã Moderno, a Sociedade de Isfahan de Moje Nour para os Cegos e a Fundação de Ciências e Artes. Na atualidade, estão surgindo novas formas de cooperação com outras agências estrangeiras, especialmente nos Países Baixos, com a Universidade Fontys e o Instituto Freudenthal, ou na França, com a Associação Animath, que coordena diversas atividades de educação não formal em matemática e a rede dos Institutos de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática (IREM).¹²

Em menos de dez anos, as Casas de Matemática no Irã já alcançaram prestígio e uma reputação de âmbito internacional.

Referências

BARBEAU, E. J.; TAYLOR, P. J. (Eds.). *Challenging Mathematics in and beyond the classroom: the 16th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009.

REJALI, A. Isfahan Mathematics House. *Bulletin CIEM*, 2009.

ZEHREN, C.; BONNEVAL, L. M. (Eds.). Dossier: Mathématiques hors classe. *Bulletin de l'APMEP*, n. 482, p. 337-403, 2009.

12 Para informações complementares sobre a Animath e as atividades da educação não formal em matemática na França, ver Zehren e Bonneval (2009). Para informação sobre os IREM, ver o Anexo 9.

Anexo II. Colaboração entre matemáticos, professores e especialistas em didática: o exemplo da rede dos IREM

A rede dos Institutos de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática (*Institutes de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* – IREM) se constituiu progressivamente a partir do final dos anos 1960, na França. Os três primeiros IREM foram criados em 1969 para responder às necessidades de formação dos professores, provocadas pela reforma chamada de “matemática moderna”, e outros surgiram em seguida, abrangendo todo o país. Ao todo, eles são 28, um por instituição superior, aos quais se juntam alguns IREM criados mais recentemente no exterior.

Os IREM constituem uma estrutura universitária original, na qual trabalham em conjunto professores pesquisadores, matemáticos, especialistas em didática, formadores de professores, e professores dos anos iniciais e do nível secundário. Eles mantêm relações próximas com as Unidades de Formação e Pesquisa (*Unités de Formation et de Recherche* – UFR) da área de matemática de suas universidades, e não há colaboradores que se dedicam em tempo integral em um IREM.

Sua missão é tripla:

- Contribuir para a formação inicial e continuada dos professores.
- Promover inovações e pesquisas sobre o ensino de matemática.
- Produzir recursos para o ensino e a formação.

A rede é administrada pela Assembleia dos Diretores dos IREM (ADIREM) e 15 comissões inter-IREM, relacionadas aos níveis de ensino ou a um tema específico. Dispõe de um Comitê Científico formado pelos pesquisadores que trabalham no IREM e por cientistas que estão fora da rede. Esta publica uma revista, a “Repères IREM”, destinada aos professores, e vários IREM também publicam revistas de circulação nacional ou internacional, como a “Grand N” (dedicada ao ensino elementar) e a “Petit x” (dedicada ao ensino secundário e aberta ao ensino das ciências físicas) do IREM de Grenoble, ou os “Annales de didactique et de sciences cognitives”, publicados pelo IREM de Estrasburgo. Em parceria com a *Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* (APMEP), a rede também gerencia a base de dados francófona Publimath, destinada aos professores.

É no âmbito dos IREM que se desenvolve a pesquisa em didática da matemática na França, o que certamente tem contribuído, desde o início, com uma pesquisa que confere grande atenção, por um lado, à dimensão matemática do trabalho didático, e por outro, à área da engenharia didática.

Desde a sua criação, os IREM têm mantido o princípio de uma formação de professores próxima de sua atuação e alimentada pela pesquisa, seja didática, epistemológica ou histórica, a aproximação entre as disciplinas e a colaboração entre diferentes comunidades, que permitiu estabelecer sinergias produtivas. Os Institutos têm exercido um papel inegável na evolução do ensino elementar e secundário, por meio da participação de seus membros nas comissões encarregadas da elaboração de programas ou de reflexões sobre o ensino de matemática, sempre que possível apresentando pré-experimentações, sendo uma força de proposição e emitindo pontos de vista críticos na elaboração das formações para acompanhar as reformas.

Por outro lado, essa estrutura original também é frágil, principalmente por ser singular – ou seja, não existe uma estrutura equivalente para outras disciplinas. Além disso, mesmo que ela seja reconhecida positivamente pelas diferentes instituições encarregadas do ensino de matemática na França, atualmente ela sofre de uma forte redução de recursos, em particular aqueles que permitem associar ao trabalho, em boas condições, dos professores da educação básica, e dar atenção suficiente à necessidade de formação continuada dos professores.

Para mais informações, consultar o portal dos IREM, disponível em: <<http://www.univ-irem.fr/spip.php>>.

Anexo 12. A emergência de comunidades de professores: o exemplo do projeto Sesamath

(com a colaboração de Gérard Kuntz, Benjamin Clerc e Sébastien Hache)¹³

Temos salientado no documento a necessidade de contar com outros tipos de operacionalização do que aqueles utilizados normalmente, para promover e apoiar os desenvolvimentos necessários das práticas de ensino. Também temos destacado o papel que podem exercer nessas evoluções as tecnologias de informação e comunicação (TIC). Desse ponto de vista, é interessante analisar o caso da Associação Sesamath, disponível em: <<http://www.sesamath.net/>>, que foi criada em 2001 por um pequeno grupo de professores franceses, convencidos da importância capital de que isso levaria às novas tecnologias para aprender e ensinar: Oito anos após a sua criação, a Sesamath ocupa hoje, efetivamente, um lugar central na França e no mundo francófono, na criação de recursos *online* gratuitos. Evidências em alguns números: 1,3 milhão de visitas por mês em seu *site*, 15 mil professores de matemática registrados em seu boletim, 6 mil professores no *site* privado Sesaprof, criado em 2008, 500 mil alunos matriculados na rede Mathenpoche, e tudo isso em uma associação de... 71 membros. Neste Anexo, apresentamos algumas características importantes do projeto Sesamath, que nos parecem permitir a compreensão dessa realização e colocar ênfase na evolução constatada de suas relações com as instituições existentes e a pesquisa. Apoiamo-nos particularmente na contribuição conjunta (KUNTZ; CLERC; HACHE, 2009) no colóquio EMF 2009.

Desde seu início, o projeto Sesamath teve como base algumas convicções:

- A convicção de que as tecnologias da informação transformam radicalmente as capacidades dos professores em criar recursos, compartilhá-los, testá-los e aperfeiçoá-los, valendo-se de um trabalho colaborativo na comunidade de práticas.
- A convicção de que é prioritária a relação direta com os professores no seu local de trabalho, antes mesmo da mediação das organizações de professores ou de pesquisadores, e que o controle permitido pelo olhar crítico dos usuários dos recursos pode garantir, no final, a qualidade dos recursos produzidos.

¹³ Gérard Kuntz é membro do Comitê Científico dos IREM; Benjamin Clerc e Sébastien Hache são membros fundadores da Associação Sesamath.

- A crença de que somente um *site* que oferece rapidamente muitos recursos, abrangendo uma grande parte de programas, é viável nessa perspectiva, além de permitir agrupar uma massa crítica de professores.

A comunidade de práticas que se formou em torno desse projeto era pequena, mas muito unida, com competências variadas e complementares. Primeiramente, ela criou uma ferramenta de comunicação: um *site* destinado a contatar os professores de matemática franceses, para convidá-los a compartilhar os recursos que cada um havia criado “no seu canto”. Desde o início, foram muitas as propostas, o que suscitou conscientização e intercâmbios, além de estimular reflexões do núcleo inicial. Surgiram projetos específicos, em particular a base de exercícios Mathenpoche (MEP), que rapidamente cobriu o conjunto dos currículos da faculdade.

O artigo de Kuntz e outros (2009) procura identificar as causas do sucesso obtido e menciona as seguintes: um projeto conduzido por professores em exercício, uma grande especialização em informática, uma visão ambiciosa de longo prazo, o rigor da organização, um diálogo permanente a distância e, enfim, um núcleo muito ativo que permanece restrito.

A Associação Sesamath desenvolveu inicialmente o seu projeto em contato direto com seus usuários finais e sob seu controle, mas fora dos mediadores tradicionais que estão na França, a Associação de Professores de Matemática do Ensino Público (*Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* – APMEP), os Institutos de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática (IREM) e a comunidade didática. As escolhas realizadas, e em especial a vontade de abranger rapidamente o conjunto de currículos de quatro anos da faculdade, levaram a recursos utilizáveis, mas facilmente criticáveis. E as críticas foram duras, reforçadas pelo próprio sucesso obtido pela MEP, a desconfiança sobre essa comunidade de professores em sala de aula que desenvolveram seu projeto de forma autônoma e que avança tão rapidamente, e as resistências de muitos, professores, especialistas em didática e instituições, quanto a esse tipo de recurso tecnológico.

Na verdade, desde 2004, ocorreu uma reaproximação com o IREM, o que levou à criação de uma Comissão Inter-IREM/Mathenpoche, rebatizada mais tarde de *Recursos Online*. Também de forma rápida, foram estabelecidas conexões com os especialistas em didática, que passaram a analisar os exercícios da base dentro de suas áreas específicas, sugeriram melhorias bem como tentaram identificar a utilização da MEP realizadas pelos professores e os efeitos desse uso para os alunos.¹⁴ Ao fazerem isso, descobriram uma qualidade na escuta, capacidades de resposta e de adaptação que geralmente não são esperadas. Isso é coerente com a visão dos criadores do

14 Desde setembro de 2006, o grupo *Emergence de Communautés d'Utilisateurs de MEP* (ECUM) estuda, por exemplo, a experimentação da MEP na Academia de Rennes. Suas observações e conclusões podem ser acessadas no *site* Educmath, disponível em: <http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/dossier_mutualisation/ecum>.

Sesamath, que vêem os recursos não como objetos que são transmitidos somente após serem pacientemente desenvolvidos, testados e melhorados, mas como objetos compartilhados de forma muito mais rápida, que não reivindicam ser o ideal, mas que são pensados para serem capazes de evoluir e adaptar-se permanentemente como parte de um trabalho colaborativo. Como resultado de diversas perguntas, cujas respostas exigem o desenvolvimento de investigações adequadas.

Atualmente, o Sesamath, cujos produtos são todos gratuitos, abre-se à cooperação internacional: a tradução para o espanhol de Tracenpoche para o Peru, que agora conduz à criação local de muitos exercícios de geometria utilizáveis nos países de língua espanhola, que poderão alimentar uma versão local da MEP e, em troca, enriquecer a MEP-França; e um projeto (UNESCO/OIF/AUF) de transferência de competências do Sesamath para o Senegal e o Mali, em fase de conclusão. Assim, desenha-se uma cooperação em escala mundial, com resultados ainda imprevisíveis.

Referências

DUBOIS, C. et al. Quels échanges pour quels usages de Mathenpoche? *Mathematice*, n. 10, 2008.
Disponível em: <<http://revue.sesamath.net/spip.php?article149>>.

GUEUDET, G. Emploi de Mathenpoche et apprentissage: l'exemple de la proportionnalité en sixième. *Repères-IREM*. Topiques éditions, Metz, n. 66, p. 5-25, 2007.

Anexo 13. Estimular a interação e a colaboração: *Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice*, um seminário do *Park City Mathematics Institute for Advanced Study (IAS)*, Einstein Drive, Princeton, Nova Jérsei

(em colaboração com Herb Clements e Gail Burill)¹⁵

O documento destaca a necessidade de se promover a colaboração entre matemáticos, formadores, professores e dirigentes especializados em matemática, bem como favorecer a colaboração internacional, considerando as diversidades dos contextos e das culturas. O *Park City Mathematics Institute* (PCMI) e seu Seminário Internacional constituem uma iniciativa original e interessante nessa direção. Este Anexo nos fornece uma descrição sumária, mais especialmente orientada para o Seminário Internacional.

O IAS/PCMI recebe o seminário intitulado *Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice* (Formação de Professores pelo Mundo: Relação entre Políticas e Práticas), que acontece anualmente desde 2001, em Park City, Utah (Estados Unidos), no âmbito do programa anual de verão do PCMI. O Seminário é financiado pela *Wolfensohn Family Foundation* e pela *Bristol-Myers Squibb Foundation*.

Como foi indicado anteriormente, o *International Seminar on Mathematics Education* do PCMI se distingue, de forma especial, da abordagem habitual do ensino de matemática no cenário internacional. Com a duração de uma semana, o seminário acontece anualmente desde 2001, à exceção de 2004 e 2008, quando aconteceu o *Congrès International sur l'Enseignement des Mathématiques* (ICME), uma ocasião para os participantes dos anos precedentes se encontrarem para trocar informações sobre as iniciativas mais recentes em seus países e as divulgarem para a comunidade matemática internacional. Tem como objetivo contribuir para a adequação e a

¹⁵ Herb Clements é professor da *Ohio State University*, nos Estados Unidos, ex-diretor do IAS/*Park City Mathematics Institute* (PCMI), e vice-presidente do Comitê para os Países em Desenvolvimento da *Union Mathématique Internationale* (UMI). Gail Burrill é professora da *Michigan State University*, Estados Unidos, e copresidente do Seminário Internacional do PCMI.

aplicação de uma série de reflexões sobre problemas comuns e sugestões de políticas e de práticas, ou de proposições inovadoras para a comunidade internacional.

Os 32 países representados nos últimos oito anos vêm de todos os continentes, o que reflete uma mistura de culturas e de tradições e uma composição equilibrada entre países em desenvolvimento e países desenvolvidos. O programa faz parte de um conjunto maior de programas de verão do PCMI, destinados a pesquisadores da matemática, estudantes graduados em matemática, professores e estudantes nos vários níveis de escolaridade, que se reúnem em um mesmo lugar durante um programa de verão de três semanas, para participar de diversas atividades previstas em cada programa.

Os objetivos do Seminário Internacional são os seguintes:

- Promover um debate livre sobre as questões referentes às políticas e às práticas de cada país em relação ao ensino de matemática.
- Identificar os problemas comuns em diferentes contextos nacionais.
- Desenvolver uma vontade internacional comum na direção de um ensino de matemática de qualidade.
- Pesquisar soluções para problemas semelhantes.

A cada ano, são recebidas equipes de participantes constituídas por um formador/diretor especializado em matemática e por professores de matemática da educação básica, provenientes de oito países que representam todas as regiões do mundo. Para preservar uma certa continuidade dos grupos de um ano para outro, é frequente que as equipes de participantes estrangeiros participem por dois anos consecutivos. Os participantes são convidados a debater sob o ângulo da política educacional e da prática cotidiana, examinando especialmente as políticas e as práticas relativas à formação e ao aperfeiçoamento dos professores de matemática.

O programa comporta poucas apresentações formais; por outro lado, um tema matemático (em 2009, por exemplo, foram as *funções*) é fixado para delimitar o quadro dos debates sobre os assuntos interdisciplinares gerais, tais como:

- A relação, em cada país, entre as normas nacionais e o programa de estudos nacional, por um lado, e a prática pedagógica na sala de aula, por outro lado.
- O sistema de formação de professores em cada país e a forma como ele se articula com a prática pedagógica.
- A expectativa de excelência e de acessibilidade ao ensino de matemática conforme o país e a cultura.
- O lugar do ensino de matemática como profissão e das pesquisas sobre o ensino de matemática em cada país.

As sínteses dos diversos aspectos trazidos aos debates sobre o tema proposto, bem como o contexto cultural no qual foi abordado, são redigidas e publicadas na internet (disponível em: <mathforum.org/pcmi/int.html>), e, em seguida, é organizado um fórum de acompanhamento entre os participantes inscritos na lista do PCMI/MathForum. O objetivo de longo prazo consiste em difundir para o grande público as informações, os resultados e as conclusões sobre os encontros, por meio da publicação de artigos na imprensa de grande circulação e em periódicos especializados.

Nesse sentido, destacam-se:

- o modelo de diálogo e de troca em escala internacional que o Seminário representa;
- a reflexão estimulada paralelamente sobre as políticas e as práticas em sala de aula, em um clima de confiança e em torno de um objetivo comum;
- a divulgação das conclusões e dos resultados; e
- o debate que é promovido na sequência.

Tais aspectos tornam o colóquio um evento de maior interesse por parte dos dirigentes e dos pesquisadores na área de ensino. Ele pode auxiliar os dirigentes e a opinião pública a tomarem consciência sobre a importância e a necessidade:

- de normas e de condições profissionais de trabalho dos professores, e
- de um aperfeiçoamento profissional de qualidade ao longo da carreira dos professores.

Isso, para melhorar o ensino de matemática no mundo.

Outro aspecto interessante dessa iniciativa reside na interação produtiva que se criou de matemáticos, formadores, professores e dirigentes especializados em matemática, com sua participação no Seminário Internacional do PCMI. Trata-se de um exemplo no qual outros projetos podem se inspirar com resultados positivos. Observa-se a elaboração de iniciativas regionais com base no mesmo conceito, ligadas ao PCMI, em Uganda e no Camboja, e em colaboração com a CIEM e o CIMPA, mas sua execução ainda não foi possível até o momento, por falta de recursos de financiamento.

Países participantes (entre 2001 e 2009): Alemanha, Austrália, Brasil, Camarões, Camboja, Chile, Colômbia, Dinamarca, Egito, Equador, Estados Unidos, França, Índia, Irã, Irlanda do Norte, Israel, Japão, México, Namíbia, Nova Zelândia, Países Baixos, Paquistão, Peru, Polônia, Quênia, Romênia, Rússia, Singapura, Suécia, Turquia, Uganda e Vietnã.

Para informações complementares, consultar o site disponível em:

<mathforum.org/pcmi/int.html>.

Anexo I4. A reconstrução de uma comunidade matemática no Camboja

(com a colaboração de Michel Jambu)¹⁶

Este Anexo apresenta o projeto que foi realizado no Camboja em 2005, como iniciativa do CIMPA, para criar uma comunidade de matemáticos cambojanos com doutorado, com base em um relatório apresentado por Michel Jambu. O projeto tem como objetivo principal apoiar a formação matemática, em nível de licenciatura e de mestrado, para renovar e completar o curso. Ele terá atingido seus objetivos quando um número suficiente de pesquisadores jovens tiver seguido esses cursos e, em seguida, se preparado para um doutorado no exterior para retornar ao Camboja, encarregando-se em sua volta da formação em matemática.

Esse projeto, iniciado pelo CIMPA, tem-se beneficiado de diversos apoios, principalmente da *Agence Universitaire pour la Francophonie* (AUF), da União Matemática Internacional (UMI), além da UNESCO, dentro do Programa Internacional de Ciências Fundamentais (PISF). Diversas instituições (Universidades de Paris VI, de Marselha e de Nice, INSA de Ruão, o Instituto de Matemática da Academia Vietnamita de Ciência e Tecnologia – VAST, e a Faculdade de Ciências de Sfax) também colaboraram no projeto. Progressivamente, novos parceiros, tanto franceses como norte-americanos, japoneses, suecos e alemães, se envolveram. Devemos acrescentar a participação japonesa por meio do apoio da Fundação Toyota e a participação norte-americana por meio do *US National Committee for Mathematicians* (USNC/Math). De fato, em seguida à visita do professor H. Clemens ao Camboja, em 2007, foi criada uma base de dados de matemáticos voluntários para ensinar, no programa cambojano e em um programa semelhante em Uganda (atualmente, são 62). Esses programas são apoiados pelo USNC/Math. A lista está em posse da UMI e de sua subcomissão CDE-DCSG. Porém, como aponta o relatório de Michel Jambu, nada teria sido possível sem a ajuda valiosa e constante do dr. Chan Roath. Um projeto assim não poderia de fato ter se desenvolvido sem uma rede local eficaz.

De 2005 a 2007, o projeto foi hospedado pela Academia Real de Phnom Penh e, em seguida, foi transferido para a Universidade Real de Phnom Penh (URPP). O mestrado começou realmente em 2008, com o recrutamento, por meio de seleção, de 25 estudantes, que atualmente estão terminando o segundo ano do curso, seguido em 2008 pelo recrutamento de uma seleção de 11 estudantes.

De acordo com o reitor da URPP, decidiu-se por realizar a seleção de estudantes a cada dois anos. A principal razão para isso é o número insuficiente de candidatos e esse mestrado (11, em 2009). Contudo, outra explicação se encontra no elevado custo desse programa e na dificuldade de se obter financiamentos recorrentes para os professores estrangeiros envolvidos (18, em 2009). No entanto, não está excluído o retorno à seleção anual, quando as condições melhorarem.

O programa científico fornece uma formação básica e geral, enquanto tenta manter um equilíbrio entre as necessidades fundamentais e as disciplinas mais aplicadas em estatística, análise numérica e matemática para engenheiros. Assim, nove cursos foram assegurados em 2007 e 2008, e 15 em 2008 e 2009, divididos em oito cursos de mestrado 1 e sete cursos de mestrado 2. O programa para 2009 e 2010 prevê 11 cursos de mestrado 2, com duração de três semanas e um total de 495 horas.

O relatório aponta que é absolutamente indispensável que os estudantes tenham acesso a uma biblioteca com obras de referência, disponíveis em número suficiente. Ações diferentes foram realizadas nesse sentido pelo CIMPA, com o envio de livros adquiridos com tarifa reduzida pelas editoras Hermann e Springer. Paul Vaderlind e Rikard Bøgvad (ISP, Suécia) também forneceram o acesso eletrônico a cerca de 900 livros de matemática. Naturalmente, isso é apenas um começo.

O relatório diz que se espera o retorno de uma dezena de doutores no prazo de quatro a cinco anos. Esses matemáticos poderão assumir tanto no nível de mestrado como na licenciatura. A presença estrangeira vai mudar e, em seguida, buscar-se-á manter o contato desses jovens pesquisadores com a comunidade científica internacional. Porém, o relatório também destaca que esses jovens pesquisadores precisam ter cargos na URPP, assim como salários e condições de trabalho que lhes permitam continuar suas pesquisas. Em particular, ele insiste na necessidade de que eles possam se beneficiar de estadias *post-doc* no exterior e no fato de que, se esses jovens matemáticos forem obrigados a ministrar muitas horas de aula para complementar seus salários, eles estarão perdidos para a pesquisa após alguns anos, e o trabalho realizado terá sido, em grande parte, em vão.

Essa inserção de jovens doutores no sistema universitário cambojano, portanto, deve estar preparada muitos anos antes. Eles terão a responsabilidade de formar jovens estudantes, assim como elaborar programas em contato direto com o ambiente socioeconômico do país: formação de futuros professores, formação de recursos humanos nas empresas, sendo a matemática necessária para o desenvolvimento da maioria dos outros setores.

Também está prevista uma reforma do ensino da matemática no Camboja como parte de um projeto do Banco Mundial para a renovação do sistema educacional do país. O relatório salienta que a formação oferecida no mestrado é um aspecto que pode contribuir para o próprio

curso, mas isso será insuficiente, enquanto os jovens doutores do Camboja não retornarem em número suficiente e não forem recebidos em boas condições. Ele ressalta que a renovação do ensino da matemática deve ser planejada nesse projeto, também em nível universitário, integrando o mestrado e a licenciatura. Essa ação mostra a complexidade de tal reconstrução, mas também aquilo que é possível de ser realizado pela solidariedade existente na comunidade internacional, quando ele pôde contar com instituições como o CIMPA. Mostra também que nada pode ser feito sem uma estreita colaboração com forças locais existentes, nem sem apoiá-las em seus esforços. A formação de uma comunidade matemática no Camboja, como em todos os países, é uma condição indispensável para permitir a formação de professores qualificados, e essa condição é, por si só, como temos salientado no documento, necessária para a melhoria da educação básica.

Para mais informações, consultar o site do CIMPA, disponível em:

<www.cimpa-icpam.org>.

Anexo 15. Lista dos participantes da reunião de especialistas

30 de março a 1º de abril de 2009

Especialistas

NOME	TÍTULO	AFILIAÇÃO/ENDEREÇO
Sra. Michèle Artigue	Presidente da Comissão Internacional da Instrução Matemática	Université Paris Diderot – Paris 7 175-179 Rue Chevaleret Plateau E, 6e étage 75013 Paris Université Denis Diderot 2, Place Jussieu Case 7018 75251 Paris Cedex 05
Sr. Christian Buty	Conferencista em ciências da educação Responsável pela equipe Apprentissages, Didactiques, Interactions, Savoirs	Institut National des Recherches Pédagogiques (INRP), France
Prof. Didier Dacunha-Castelle	Professor emérito, pesquisador	Faculté des Sciences d'Orsay Université Paris-Sud 11 Bureau: 102 bât: 425 F-91405 Orsay Cedex
Sr. Pierre Lena	Delegado de educação e formação	Académie des Sciences 3, Quai de Conti F-75270 Paris Cedex 06 France
Prof. Peter Okebukola	Professor de ciências Pró-reitor de Ensino e presidente do Conselho Antigo Vice-reitor, Universidade de Lagos Ex-secretário da Comissão Nacional Universitária da Nigéria	Crawford University Faith City, Igbesa, Ogun State Nigeria
Prof. Juan Ignacio Pozo	Diretor do Departamento de Psicologia Representante da Cátedra da UNESCO de Educação Científica para a América Latina e Caribe	Catedrático de psicologia básica Facultad de Psicología Avenida Ivan Paulov, 6 Universidad Autónoma de Madrid 28049 Madrid España
Sr. Charles Ryan	Conferencista, ciências e formação de professores Universidade de Winchester	The Gables, Kiln Road, Redlynch, Salisbury, Wiltshire SP5 2HT, UK
Sr. Baruch Schwarz	Conferencista do Instituto de Educação Universidade Hebraica, Israel Professor associado na Intermedias Universidade de Oslo	Hebrew University Harav Zinger, 7, Givat Shmuel Israel Intermedia, University of Oslo Intermedia Vilars Lomell Postboks 1161, Blindern 0318 Oslo, Norway
Sra. Merle Tan	Diretora	Instituto Nacional para Educação em Ciência e Matemática da Universidade das Filipinas
Sr. Jesus Vázquez-Abad	Professor associado e titular de educação em ciência e tecnologia	190 Willowdale # 603 Montréal, Québec Canada H3T 1G2
Sr. Mario Wschebor	Matemático, ex-presidente do Conselho de Administração do Centro Internacional de Matemática Pura e Aplicada (CIMPA)	Faculdade de Ciências, Universidad de la República Calle Igua 4225 11200 Montevideo, Uruguay

UNESCO

NOME	TÍTULO	AFILIAÇÃO/ENDEREÇO
Sr. Qian Tang Sous	Diretor-geral de Educação	Setor de Educação
Sra. Linda King	Diretora p.i., Divisão para a Promoção da Educação Básica	Setor de Educação
Sr. Maciej Nalecz	Director, SC/BES	Setor de Ciências Exatas e Naturais
Sra. Beatriz Macedo	Especialista do Programa ED/BAS/STV, Coordenadora da reunião	Setor de Educação
Sra. Minella Alarcon	Especialista do Programa SC/BES	Setor de Ciências Exatas e Naturais
Sr.Ary Mergulhão	Especialista do Programa	UNESCO Brasília

Relatores

Sra. Isabelle Merkovic
UNESCO ED/BAS/STV

Sra. Magalie Lebreton
UNESCO SC/BES

Atualmente, vivemos em um mundo profundamente moldado pela ciência e pela tecnologia. O desenvolvimento científico e tecnológico nunca foi tão rápido e nunca teve um impacto tão grande em nossas sociedades, seja qual for o seu estágio de desenvolvimento. Os maiores desafios que o mundo atual enfrenta nos dias atuais, sejam de saúde, ambiente, energia ou desenvolvimento, são desafios mais científicos do que humanos. Para enfrentá-los, o mundo necessita não apenas de cientistas capazes de imaginar o futuro que nós mal vemos e permitir a sua realização, mas também que a compreensão desses desafios e o debate sobre suas evoluções não sejam reservados a uma elite.

Ninguém mais duvida hoje que os desenvolvimentos positivos, sustentáveis e justos possam ser obtidos sem a adesão e a contribuição de um número maior de pessoas. Portanto, ninguém mais deveria duvidar de que a garantia de uma inteligência compartilhada, de uma educação de qualidade para todos e, em particular, de uma educação científica de qualidade para todos, incluindo nesta última a educação matemática e a educação tecnológica, é a única garantia sustentável. Sem tal educação, é inútil falar de debates e de participação cidadã.

Portanto, a presente publicação identifica os desafios que devem ser enfrentados para assegurar um ensino de matemática de qualidade no nível da educação básica, bem como propõe, a partir de estudos de caso, meios para melhorá-la. Ela será útil não apenas para os tomadores de decisão que desejam integrar um ensino de ciências e de matemática de qualidade aos seus sistemas educacionais, mas também aos diferentes atores que desejam tomar parte no processo de transformação.



Organização
das Nações Unidas
para a Educação,
a Ciência e a Cultura

Representação
no Brasil



EdUFSCar